

Savoir Ta. 1: Techniques de développement

Exercice 1 : Développement double produit (et plus)

Développer et réduire :

$$A = (2x - 3)(1 - 5x) \quad B = (4 - x)(2 - 7x)$$

$$C = (3n - 1)(n^2 + 4) \quad D = (x - 2)(2x^2 - 3x - 1)$$

$$E = 2(3 + 5x)(4 - 2x) \quad F = (x + 1)(x - 2)(3 - x)$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Développer et réduire :

$$G = (2 - 7y)(3y + 1) \quad H = (-x - 5)(2x + 3)$$

$$I = (a + 3)(2a^2 + 5a) \quad J = (2u - w)(3w - 1)$$

$$K = -3(2 - x)(-x^2 + 3x - 2)$$

Exercice 2 : Développement identités remarquables

Développer en utilisant les formules des identités remarquables:

$$L = (3x + 5)^2 \quad M = (2 - 4a)^2$$

$$N = (2 - 3x)(2 + 3x) \quad P = (x^2 - 6)^2$$

$$Q = (-1 - 3x)^2 \quad R = (-3 + 7x)(3 + 7x)$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Développer en utilisant les identités remarquables:

$$S = (4 - x)^2 \quad T = (8 + 3y)^2$$

$$U = (2n - 1)(2n + 1) \quad V = (-2x + 6)^2$$

$$W = (-3x - 3)^2 \quad X = (5 - 2a)(-5 - 2a)$$

Exercice 3 : Développement d'expressions complexes

Développer et réduire :

$$A = (2x - 1)^2 + (4 + 3x)(3 - 4x)$$

$$B = (1 - x)(2 + 2x) - (2x + 3)(5 + x)$$

$$C = 3t(1 - 2t) - 2(t^2 - 4t - 3)$$

$$D = 4x^2 - (2x - 9)(2x + 9)$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Développer et réduire :

$$E = (n - 2)(n - 3) - (3n^2 + 6n - 1)$$

$$F = (4x - 5)^2 + 3(x + 2)^2$$

$$G = x(1 - 2x - 2x^2) + (2 - 3x)(x^2 - 4)$$

$$H = (x - 5)(2x + 4) - 2(1 - x)^2$$

Exercice 4 : Développement moins usuels

Développer et réduire :

$$I = \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 \quad J = \left(\frac{x}{2} + 1\right)(4 - 6x)$$

$$K = \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{n}{3} + \frac{1}{2}\right) \quad L = (\sqrt{x} + 3)^2$$

$$M = (x - 4)^3 \quad N = (3a - 2b)(a^2 + 3ab - b^2)$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Développer et réduire :

$$P = \left(\frac{2x}{3} - 6\right)\left(\frac{x}{4} + 3\right) \quad Q = \left(\frac{1}{4} + 4x\right)^2$$

$$R = (2x - \sqrt{3})^2 \quad S = (2x - 3\pi)^2$$

$$T = (-2a^2 + 3a - 1)^2 \quad U = \left(1 + \frac{1}{x}\right)(x - 1)$$

Savoir Ta. 2A : Mettre au même dénominateur

Exercice 5 : Dénominateurs simples

Mettre les fractions au même dénominateur :

$$A = 5x - \frac{2}{3} \quad B = \frac{3}{x} + 4 \quad C = 2a - \frac{1}{4a}$$

$$D = x - 3 + \frac{4}{x^2} \quad E = \frac{4x}{5} - \frac{2}{3x} \quad F = \frac{4}{x} + \frac{1}{2x^2}$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Mettre les fractions au même dénominateur :

$$G = 4 - \frac{3}{x} \quad H = 3x + \frac{1}{2x} \quad I = \frac{2}{3n^2} - 5$$

$$J = \frac{4}{x} - 3x + 2 \quad K = 5x - \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}$$

Exercice 6 : Dénominateurs complexes

Mettre les fractions au même dénominateur :

$$L = 4 + \frac{2x}{x-2} \quad M = \frac{2}{3-2x} - 4x$$

$$N = 2y - \frac{3y+2}{y+3} \quad P = \frac{x+2}{1-x} + \frac{2}{x}$$

$$Q = \frac{2}{x+4} + \frac{x}{1-2x} \quad R = \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-1}{2-x}$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Mettre les fractions au même dénominateur :

$$S = \frac{1}{3x-1} + 2x \quad T = 5 - \frac{2x}{4-x}$$

$$U = \frac{2}{x-3} - 4 + 2x \quad V = 2 - \frac{t-4}{6-t}$$

$$W = \frac{5}{x-4} + \frac{x}{1+3x} \quad Y = \frac{4+3x}{2-x} - \frac{x+2}{2x+3}$$

Savoir Ta. 2B : Équation quotient & Fraction de fractions

Exercice 7 : Fractions de fractions

Mettre sous la forme d'une fraction simple :

$$A = \frac{\frac{2}{x}}{5x} \quad B = \frac{\frac{4x}{5}}{\frac{2}{x}} \quad C = \frac{\frac{x+1}{3x}}{2x} \quad D = \frac{\frac{5}{n}}{2-n}$$

$$E = \frac{\frac{3x}{2}}{\frac{4}{6x}} \quad F = \frac{\frac{4}{a}}{\frac{1}{2a}} \quad G = \frac{\frac{x+3}{2}}{\frac{x-1}{4}} \quad H = \frac{\frac{x+1}{2-x}}{\frac{x+1}{x-1}}$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Mettre sous la forme d'une fraction simple :

$$I = \frac{\frac{3x}{2}}{6} \quad J = \frac{\frac{x}{-2x}}{\frac{5}{5}} \quad K = \frac{\frac{2x-1}{2}}{1-x}$$

$$L = \frac{\frac{4}{5x}}{\frac{x}{2}} \quad M = \frac{\frac{x}{2+x}}{\frac{4}{2+x}} \quad N = \frac{\frac{3+x}{1-2x}}{\frac{x+3}{x}}$$

Exercice 8 : Pour résoudre une équation quotient :

1) Donner les valeurs interdites puis résoudre l'équation

$$a) \frac{4x-2}{x-3} = 0 \quad b) \frac{5-2x}{4x} = 0 \quad c) \frac{4t-6}{3-2t} = 0$$

2) Mettre au même dénominateur, puis résoudre l'équation

$$a) 4 - \frac{2}{x} = 0 \quad b) \frac{2x}{3+x} = 1 \quad c) \frac{1}{x} - \frac{3}{4-x} = 0$$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Donner les valeurs interdites puis résoudre

$$a) \frac{2x}{2-2x} = 0 \quad b) \frac{1+3x}{4+x} = 0$$

2) Mettre au même dénominateur, puis résoudre l'équation

$$a) \frac{2}{x} - \frac{1}{x+3} = 0 \quad b) \frac{2y}{3} - \frac{3}{2y} = 0$$

Savoir Ta. 3: Montrer que deux expressions sont égales

Exercice 9 : En développant

1) On donne $A = 8x - 2(3x + 1)(2 - x) + 4$

Montrer que, pour tout réel x , on a : $A = 2x(3x - 1)$

2) Montrer que, pour tout réel x , on a :

$$(2x - 1)^2 - (4 - x)^2 = (x + 3)(3x - 5)$$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) On donne $B = 2x(2x - 5) - 1$

Montrer que, pour tout réel x , on a :

$$B = (3x - 1)(3x + 1) - 5x(x + 2)$$

2) Montrer que, pour tout réel x , on a :

$$x(3x + 2) = (2x + 1)^2 - (x + 1)^2$$

Exercice 10 : En mettant au même dénominateur

1) On donne $C = 1 + \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

Montrer que, pour tout réel $x \neq -3$, on a : $C = x - 2$

2) On donne $D = \frac{x}{x-1}$ et $E = \frac{x+1}{x}$

Montrer que, pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$, on a :

$$\frac{D}{E} = 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$, on a :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x^2 - 1}{x^2 - x} - 2$$

2) Montrer que, pour tout réel x non nul, on a :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{2-x}{2(2+x)}}{\frac{x}{2+x}}$$

Exercice 11 : Application aux fonctions (1)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2(x - 3)^2 - (x - 3)(4x - 4)$

1) a. Montrer que, pour tout réel x , on a : $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

b. Démontrer que l'égalité $f(x) = -2(x - 3)(x + 1)$ est vraie pour tout réel x

c. Montrer que, pour $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = 8 - 2(x - 1)^2$

2) En réfléchissant dans chaque cas à quelle forme de f sera la plus efficace, calculer :

a. $f(0)$

b. l'image de -1 par f

c. $f(x)$ pour $x = 1$

Exercice 12 : Application aux fonctions (2)

On définit sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ la fonction g par $g(x) = \frac{4x-5}{2x+1}$

1) Déterminer les nombres a et b tels qu'on ait pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$: $g(x) = a - \frac{b}{2x+1}$

2) a. Résoudre $g(x) = 0$

b. Calculer $g(0)$

Savoir Ta. 4 : Tableaux de signes

Exercice 13 : Tableaux de signe du 1^{er} degré

Compléter les tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$	$+\infty$
$5 - x$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$2x + 8$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$-3x$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$-2,5$		

Besoin de plus d'entraînement ?

Compléter les tableaux de signes:

x	$-\infty$	$+\infty$
$2 - 4x$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$\frac{x}{2} + 1$		

Exercice 14 : Tableau de signes d'un produit

Faites les tableaux de signes des produits suivants :

$$f(x) = (3x + 6)(4 - 2x)$$

$$g(x) = -4x(x + 5)$$

$$h(t) = (8 - 2t)(5 + 8t)$$

$$j(x) = (-3x + 6)^2$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Faire les tableaux de signes des produits:

$$k(x) = (2x - 2)(3 + 3x)$$

$$m(x) = -4(2 - 7x)$$

Exercice 15 : Tableau de signes d'un quotient

Faites les tableaux de signes des quotients suivants :

$$f(x) = \frac{4x - 1}{2x}$$

$$g(x) = \frac{2 - 3x}{1 - x}$$

$$h(t) = \frac{5 - t}{5 + t}$$

$$k(x) = \frac{-3}{2 - x}$$

Besoin de plus d'entraînement ?

Faire le tableau de signes des quotients:

$$i(x) = \frac{-6x}{2x + 6}$$

$$l(t) = \frac{4t - 6}{3 - 2t}$$

Exercice 16 : Un peu de technique

Allez-y : tableaux de signes... de plus en plus compliqué...

$$f(x) = (x + 2)(3 - x)(5x - 5)$$

$$g(x) = \frac{(4x - 1)(4 - 2x)}{3x}$$

$$h(x) = \frac{-5(x + 7)}{x + 1}$$

$$j(x) = -3(2x + 8)(6 - x)(2 - 2x)$$

$$k(x) = \frac{(2x - 6)^2(1 - x)}{(1 + x)(3 - 2x)}$$

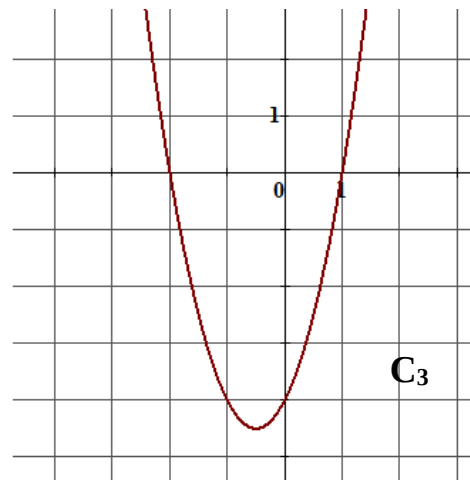
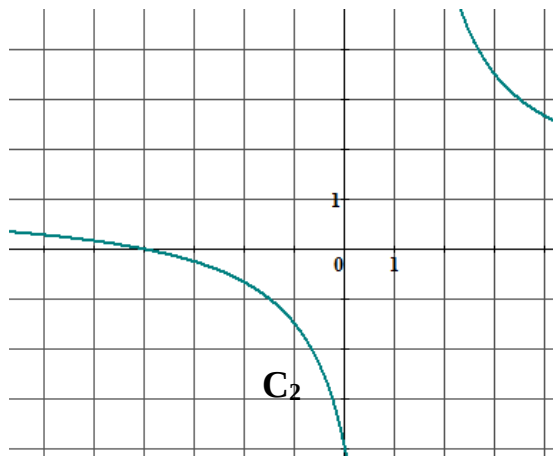
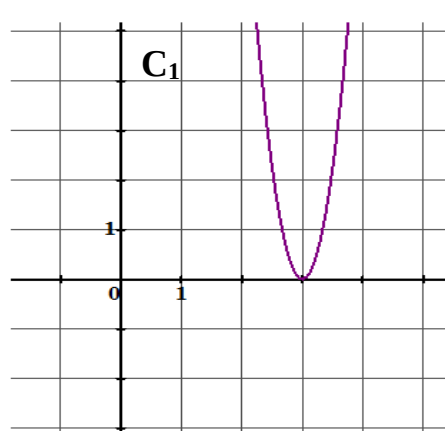
$$l(x) = \frac{4(5 - x)}{x^2(2x + 10)(x - 1)}$$

Exercice 17 : Applications aux fonctions

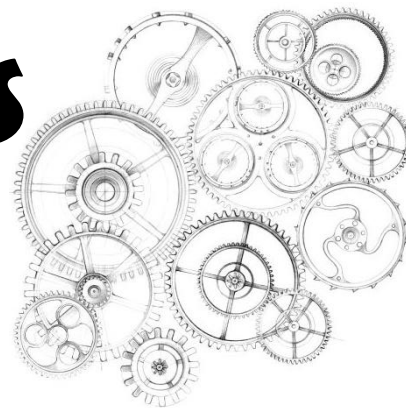
On donne les 3 fonctions suivantes : $f(x) = (x - 1)(2x + 4)$; $g(x) = (3x - 9)^2$ et $h(x) = \frac{x+4}{x-1}$

1) Déterminer algébriquement le tableau de signes des 3 fonctions f, g et h

2) On donne ces trois représentations graphiques. Associer chaque courbe à sa fonction, en donnant tous les arguments qui permettent de conclure.



CORRECTIONS



Corrections Savoir Ta. 1

Corrigé Exercice 1

$$\begin{aligned} A &= (2x - 3)(1 - 5x) \\ A &= 2x - 10x^2 - 3 + 15x \\ A &= -10x^2 + 17x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x - 2)(2x^2 - 3x - 1) \\ D &= 2x^3 - 3x^2 - x - 4x^2 + 6x + 2 \\ D &= 2x^3 - 7x^2 + 5x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (4 - x)(2 - 7x) \\ B &= 8 - 28x - 2x + 7x^2 \\ B &= 7x^2 - 30x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2(3 + 5x)(4 - 2x) \\ E &= 2(12 - 6x + 20x - 10x^2) \\ E &= 2(-10x^2 + 14x + 12) \\ E &= -20x^2 + 28x + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (3n - 1)(n^2 + 4) \\ C &= 3n^3 + 12n - n^2 - 4 \\ C &= 3n^3 - n^2 + 12n - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (x + 1)(x - 2)(3 - x) \\ F &= (x^2 - 2x + x - 2)(3 - x) \\ F &= (x^2 - x - 2)(3 - x) \\ F &= 3x^2 - x^3 - 3x + x^2 - 6 + 2x \\ F &= -x^3 + 4x^2 - x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= (2 - 7y)(3y + 1) \\ G &= 6y + 2 - 21y^2 - 7y \\ G &= -21y^2 - y + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= (a + 3)(2a^2 + 5a) \\ I &= 2a^3 + 5a^2 + 6a^2 + 15a \\ I &= 2a^3 + 11a^2 + 15a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= (-x - 5)(2x + 3) \\ H &= -2x^2 - 3x - 10x - 15 \\ H &= -2x^2 - 13x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= (2u - w)(3w - 1) \\ J &= 2uw - 2u - 3w^2 - w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= -3(2 - x)(-x^2 + 3x - 2) \\ K &= -3(-2x^2 + 6x - 4 + x^3 - 3x^2 + 2x) \\ K &= -3(x^3 - 5x^2 + 8x - 4) \\ K &= -3x^3 + 15x^2 - 24x + 12 \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 21

$$\begin{aligned} L &= (3x + 5)^2 \\ L &= 9x^2 + 30x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= (2 - 3x)(2 + 3x) \\ N &= -9x^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= (-1 - 3x)^2 \\ Q &= 9x^2 + 6x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= (2 - 4a)^2 \\ M &= 16a^2 - 16a + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (x^2 - 6)^2 \\ P &= x^4 - 12x^2 + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= (-3 + 7x)(3 + 7x) \\ R &= 49x^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= (4 - x)^2 \\ S &= x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &= (2n - 1)(2n + 1) \\ U &= 4n^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= (-3x - 3)^2 \\ W &= 9x^2 + 18x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= (8 + 3y)^2 \\ T &= 9y^2 + 48y + 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= (-2x + 6)^2 \\ V &= 4x^2 - 24x + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &= (5 - 2a)(-5 - 2a) \\ X &= 4a^2 - 25 \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 3

$$\begin{aligned} A &= (2x - 1)^2 + (4 + 3x)(3 - 4x) \\ A &= 4x^2 - 4x + 1 + 12 - 16x + 9x - 12x^2 \\ A &= -8x^2 - 11x + 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (1 - x)(2 + 2x) - (2x + 3)(5 + x) \\ B &= 2 + 2x - 2x - 2x^2 - (10x + 2x^2 + 15 + 3x) \\ B &= -2x^2 + 2 - 10x - 2x^2 - 15 - 3x \\ B &= -4x^2 - 13x - 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3t(1 - 2t) - 2(t^2 - 4t - 3) \\ C &= 3t - 6t^2 - 2t^2 + 8t + 6 \\ C &= -8t^2 + 11t + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 4x^2 - (2x - 9)(2x + 9) \\ D &= 4x^2 - (4x^2 - 81) \\ D &= 4x^2 - 4x^2 + 81 \\ D &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (n - 2)(n - 3) - (3n^2 + 6n - 1) \\ E &= n^2 - 2n - 3n + 6 - 3n^2 - 6n + 1 \\ E &= -2n^2 - 11n + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (4x - 5)^2 + 3(x + 2)^2 \\ F &= 16x^2 - 40x + 25 + 3(x^2 + 4x + 4) \\ F &= 16x^2 - 40x + 25 + 3x^2 + 12x + 12 \\ F &= 19x^2 - 28x + 37 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= x(1 - 2x - 2x^2) + (2 - 3x)(x^2 - 4) \\ G &= x - 2x^2 - 2x^3 + 2x^2 - 8 - 3x^3 + 12x \\ G &= -5x^3 + 13x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= (x - 5)(2x + 4) - 2(1 - x)^2 \\ H &= 2x^2 + 4x - 10x - 20 - 2(1 - 2x + x^2) \\ H &= 2x^2 - 6x - 20 - 2 + 4x - 2x^2 \\ H &= -2x - 22 \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 4

$$I = \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$I = 4x^2 - \frac{12x}{2} + \frac{9}{4}$$

$$I = 4x^2 - 6x + \frac{9}{4}$$

$$L = (\sqrt{x} + 3)^2$$

$$L = x + 6\sqrt{x} + 9$$

$$M = (x - 4)^3$$

$$M = (x^2 - 8x + 16)(x - 4)$$

$$M = x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 32x + 16x - 64$$

$$M = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

$$J = \left(\frac{x}{2} + 1\right)(4 - 6x)$$

$$J = \frac{4x}{2} - \frac{6x^2}{2} + 4 - 6x$$

$$J = 2x - 3x^2 + 4 - 6x$$

$$J = -3x^2 - 4x + 4$$

$$N = (3a - 2b)(a^2 + 3ab - b^2)$$

$$N = 3a^3 + 9a^2b - 3ab^2 - 2a^2b - 6ab^2 + 2b^3$$

$$N = 3a^3 + 7a^2b - 9ab^2 + 2b^3$$

$$K = \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{n}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

$$K = \frac{n^2}{6} + \frac{n}{4} - \frac{n}{15} - \frac{1}{10}$$

$$K = \frac{1}{6}n^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{15}\right)n - \frac{1}{10}$$

$$K = \frac{1}{6}n^2 + \left(\frac{15-4}{60}\right)n - \frac{1}{10}$$

$$K = \frac{1}{6}n^2 + \frac{11}{60}n - \frac{1}{10}$$

$$P = \left(\frac{2x}{3} - 6\right)\left(\frac{x}{4} + 3\right)$$

$$P = \frac{2x^2}{12} + \frac{6x}{3} - \frac{6x}{4} - 18$$

$$P = \frac{x^2}{6} + 2x - \frac{3}{2}x - 18$$

$$P = \frac{x^2}{6} + \frac{4x}{2} - \frac{3}{2}x - 18$$

$$P = \frac{x^2}{6} + \frac{x}{2} - 18$$

$$Q = \left(\frac{1}{4} + 4x\right)^2$$

$$Q = \frac{1}{16} + \frac{8x}{4} + 16x^2$$

$$Q = 16x^2 + 2x + \frac{1}{16}$$

$$T = (-2a^2 + 3a - 1)(-2a^2 + 3a - 1)$$

$$T = 4a^4 - 6a^3 + 2a^2 - 6a^3 + 9a^2 - 3a + 2a^2 - 3a + 1$$

$$T = 4a^4 - 12a^3 + 13a^2 - 6a + 1$$

$$R = (2x - \sqrt{3})^2$$

$$R = 4x^2 - 4\sqrt{3}x + 9$$

$$S = (2x - 3\pi)^2$$

$$S = 4x^2 - 6\pi x + 9\pi^2$$

$$U = \left(1 + \frac{1}{x}\right)(x - 1)$$

$$U = x - 1 + \frac{x}{x} - \frac{1}{x}$$

$$U = x - 1 + 1 - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

Corrections Savoir Ta. 2A

Corrigé Exercice 5

$$A = 5x - \frac{2}{3} = \frac{15x - 2}{3}$$

$$B = \frac{3}{x} + 4 = \frac{3 + 4x}{x}$$

$$C = 2a - \frac{1}{4a} = \frac{8a^2 - 1}{4a}$$

$$D = x - 3 + \frac{4}{x^2} = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2}$$

$$E = \frac{4x}{5} - \frac{2}{3x} = \frac{12x^2 - 10}{15x}$$

$$F = \frac{4}{x} + \frac{1}{2x^2} = \frac{8x^2 + x}{2x^3}$$

Mais en ne multipliant que la 1^{ère} fraction par $2x$, on a une fraction simplifiée :

$$F = \frac{8x + 1}{2x^2}$$

$$G = 4 - \frac{3}{x} = \frac{4x - 3}{x}$$

$$H = 3x + \frac{1}{2x} = \frac{6x^2 + 1}{2x}$$

$$I = \frac{2}{3n^2} - 5 = \frac{2 - 15n^2}{3n^2}$$

$$J = \frac{4}{x} - 3x + 2 = \frac{4 - 3x^2 + 2x}{x}$$

$$K = 5x - \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2} = \frac{5x^3 - 2x + 7}{x^2}$$

Corrigé Exercice 6

$$L = 4 + \frac{2x}{x-2}$$

$$L = \frac{4(x-2) + 2x}{x-2}$$

$$L = \frac{4x - 8 + 2x}{x-2}$$

$$L = \frac{6x - 8}{x-2}$$

$$M = \frac{2}{3-2x} - 4x$$

$$M = \frac{2 - 4x(3-2x)}{3-2x}$$

$$M = \frac{2 - 12x + 8x^2}{3-2x}$$

$$N = 2y - \frac{3y+2}{y+3}$$

$$N = \frac{2y(y+3) - (3y+2)}{y+3}$$

$$N = \frac{2y^2 + 6y - 3y - 2}{y+3}$$

$$N = \frac{2y^2 + 3y - 2}{y+3}$$

$$P = \frac{x+2}{1-x} + \frac{2}{x}$$

$$P = \frac{(x+2)x + 2(1-x)}{x(1-x)}$$

$$P = \frac{x^2 + 2x + 2 - 2x}{x(1-x)}$$

$$P = \frac{x^2 + 2}{x(1-x)}$$

$$Q = \frac{2}{x+4} + \frac{x}{1-2x} = \frac{2(1-2x) + x(x+4)}{(x+4)(1-2x)}$$

$$Q = \frac{2 - 4x + x^2 + 4x}{(x+4)(1-2x)} = \frac{x^2 + 2}{(x+4)(1-2x)}$$

$$R = \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-1}{2-x} = \frac{(x+1)(2-x) - (2x-1)(x-1)}{(x-1)(2-x)}$$

$$R = \frac{2x - x^2 + 2 - x - (2x^2 - 2x - x + 1)}{(x-1)(2-x)}$$

$$R = \frac{-x^2 + x + 2 - 2x^2 + 3x - 1}{(x-1)(2-x)} = \frac{-3x^2 + 4x + 1}{(x-1)(2-x)}$$

$$S = \frac{1}{3x-1} + 2x$$

$$S = \frac{1 + 2x(3x-1)}{3x-1}$$

$$S = \frac{1 + 6x^2 - 2x}{3x-1}$$

$$T = 5 - \frac{2x}{4-x}$$

$$T = \frac{5(4-x) - 2x}{4-x}$$

$$T = \frac{20 - 5x - 2x}{4-x}$$

$$T = \frac{20 - 7x}{4-x}$$

$$U = \frac{2}{x-3} - 4 + 2x = \frac{2 - 4(x-3) + 2x(x-3)}{x-3}$$

$$U = \frac{2 - 4x + 12 + 2x^2 - 6x}{x-3} = \frac{2x^2 - 10x + 14}{x-3}$$

$$V = 2 - \frac{t-4}{6-t} = \frac{2(6-t) - (t-4)}{6-t}$$

$$V = \frac{12 - 2t - t + 4}{6-t} = \frac{-3t + 16}{6-t}$$

$$W = \frac{5}{x-4} + \frac{x}{1+3x} = \frac{5(1+3x) + x(x-4)}{(x-4)(1+3x)}$$

$$W = \frac{5 + 15x + x^2 - 4x}{(x-4)(1+3x)} = \frac{x^2 + 11x + 5}{(x-4)(1+3x)}$$

$$Y = \frac{(4+3x)(2x+3) - (x+2)(2-x)}{(2-x)(2x+3)}$$

$$Y = \frac{8x + 12 + 6x^2 + 9x - (-x^2 + 4)}{(2-x)(2x+3)}$$

$$Y = \frac{6x^2 + 17x + 12 + x^2 - 4}{(2-x)(2x+3)}$$

$$Y = \frac{7x^2 + 17x + 8}{(2-x)(2x+3)}$$

Corrections Savoir Ta. 2A

Corrigé Exercice 7

$$A = \frac{\frac{2}{x}}{5x}$$

$$B = \frac{4x}{\frac{5}{2x}}$$

$$C = \frac{\frac{x+1}{3x}}{2x}$$

$$D = \frac{\frac{5}{n}}{2-n}$$

$$E = \frac{\frac{3x}{2}}{\frac{4}{6x}}$$

$$A = \frac{2}{x} \div 5x$$

$$B = 4x \div \frac{5}{2x}$$

$$C = \frac{x+1}{3x} \div 2x$$

$$D = \frac{5}{n} \div (2-n)$$

$$E = \frac{3x}{2} \times \frac{6x}{4}$$

$$A = \frac{2}{x} \times \frac{1}{5x}$$

$$B = 4x \times \frac{2x}{5}$$

$$C = \frac{x+1}{3x} \times \frac{1}{2x}$$

$$D = \frac{5}{n} \times \frac{1}{2-n}$$

$$E = \frac{18x^2}{8} = \frac{9x^2}{4}$$

$$A = \frac{2}{5x^2}$$

$$B = \frac{8x^2}{5}$$

$$C = \frac{x+1}{6x^2}$$

$$D = \frac{5}{n(2-n)}$$

$$F = \frac{\frac{4}{a}}{\frac{1}{2a}} = \frac{4}{a} \times \frac{2a}{1}$$

$$G = \frac{\frac{x+3}{2}}{\frac{x-1}{4}} = \frac{x+3}{2} \times \frac{4}{x-1}$$

$$H = \frac{\frac{x+1}{2-x}}{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{x+1}{2-x} \times \frac{x-1}{x+1}$$

$$F = \frac{8a}{a} = 8$$

$$G = \frac{4x+12}{2x-2}$$

$$H = \frac{x^2-1}{(2-x)(x+1)}$$

$$I = \frac{\frac{3x}{2}}{6} = \frac{3x}{2} \div 6$$

$$J = x \div \frac{-2x}{5} = -x \times \frac{5}{2x}$$

$$K = \frac{2x-1}{2} \div (1-x)$$

$$L = \frac{\frac{4}{5x}}{\frac{x}{2}} = \frac{4}{5x} \times \frac{2}{x}$$

$$I = \frac{3x}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3x}{12} = \frac{x}{4}$$

$$J = -\frac{5x}{2x} = -\frac{5}{2}$$

$$K = \frac{2x-1}{2} \times \frac{1}{1-x} = \frac{2x-1}{2-2x}$$

$$L = \frac{8}{5x^2}$$

$$M = \frac{\frac{x}{2+x}}{\frac{4}{2+x}} = \frac{x}{2+x} \times \frac{2+x}{4} = \frac{2x+x^2}{8+4x}$$

$$N = \frac{\frac{3+x}{1-2x}}{\frac{x+3}{x}} = \frac{3+x}{1-2x} \times \frac{x}{x+3} = \frac{3x+x^2}{(1-2x)(x+3)}$$

Corrigé Exercice 8

1) a) $\frac{4x-2}{x-3} = 0$

Vi : $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$
L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$
Sol : $4x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$
Donc $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

b) $\frac{5-2x}{4x} = 0$

Vi : $4x=0 \Leftrightarrow x=0$
L'équation est définie sur $\mathbb{R}^*$
Sol : $5-2x=0 \Leftrightarrow 2x=5$
Donc $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

c) $\frac{4t-6}{3-2t} = 0$

Vi : $3-2t=0 \Leftrightarrow t=\frac{3}{2}$ L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$
Sol : $4t-6=0 \Leftrightarrow t=\frac{3}{2}$ C'est une valeur interdite, donc $S = \emptyset$

1) a) $\frac{2x}{2-2x} = 0$

Vi : $2-2x=0 \Leftrightarrow x=1$
L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
Sol : $2x=0 \Leftrightarrow x=0$
Donc $S = \{0\}$

b) $\frac{1+3x}{4+x} = 0$

Vi : $4+x=0 \Leftrightarrow x=-4$
L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$
Sol : $1+3x=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$
Donc $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

Corrigé Exercice 8 (suite)

2) a) $4 - \frac{2}{x} = 0$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}^*$

$$4 - \frac{2}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x - 2}{x} = 0$$

On résout $4x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Donc $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

b) $\frac{2x}{3+x} = 1$ L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$$\frac{2x}{3+x} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x}{3+x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 3 - x}{3+x} = 0$$

On résout $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ Donc $S = \{3\}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{3}{4-x} = 0$ L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$

$$\frac{1}{x} - \frac{3}{4-x} = 0 \Leftrightarrow \frac{4-x-3x}{x(4-x)} = 0 \Leftrightarrow \frac{4-4x}{x(4-x)} = 0$$

On résout $4 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Donc $S = \{1\}$

2) a) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x+3} = 0$ L'équation est déf sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+3) - x}{x(x+3)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x+6}{x(x+3)}$$

On résout $x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$ Donc $S = \{-6\}$

b) $\frac{2y}{3} - \frac{3}{2y} = 0$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}^*$

$$\frac{2y}{3} - \frac{3}{2y} = 0 \Leftrightarrow \frac{4y^2 - 9}{6y} = 0$$

On résout $4y^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow y^2 = \frac{9}{4}$ 2 solutions

$$y = \sqrt{\frac{9}{4}} \text{ ou } y = -\sqrt{\frac{9}{4}} \text{ Donc } S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$$

Corrections Savoir Ta. 3

Corrigé Exercice 9

1) D'une part : $A = 8x - 2(3x + 1)(2 - x) + 4$

$$A = 8x - 2(6x - 3x^2 + 2 - x) + 4$$

$$A = 8x - 10x + 6x^2 - 4 + 4$$

$$A = 6x^2 - 2x$$

D'autre part : $2x(3x - 1) = 6x^2 - 2x$

Il y a égalité, donc on a bien $A = 2x(3x - 1)$

2) D'une part :

$$\begin{aligned}(2x - 1)^2 - (4 - x)^2 &= 4x^2 - 4x + 1 - (16 - 8x + x^2) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 16 + 8x - x^2 \\ &= 3x^2 + 4x - 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{D'autre part : } (x + 3)(3x - 5) &= 3x^2 - 5x + 9x - 15 \\ &= 3x^2 + 4x - 15\end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$(2x - 1)^2 - (4 - x)^2 = (x + 3)(3x - 5)$$

1) D'une part :

$$B = 2x(2x - 5) - 1 = 4x^2 - 10x - 1$$

D'autre part :

$$\begin{aligned}(3x - 1)(3x + 1) - 5x(x + 2) &= 9x^2 - 1 - 5x^2 - 10x \\ &= 4x^2 - 10x - 1\end{aligned}$$

Il y a égalité, donc on a bien

$$B = (3x - 1)(3x + 1) - 5x(x + 2)$$

2) D'une part : $x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$

D'autre part :

$$\begin{aligned}(2x + 1)^2 - (x + 1)^2 &= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 + 2x + 1) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 2x - 1 \\ &= 3x^2 + 2x\end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$x(3x + 2) = (2x + 1)^2 - (x + 1)^2$$

Corrigé Exercice 10

1) D'une part :

$$C = 1 + \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x + 3 + x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } x - 2 &= \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \\ &= \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x + 3} = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$C = x - 2$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ D'une part : } \frac{D}{E} &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2}{x^2 - 1} \end{aligned}$$

$$\text{D'autre part : } 1 + \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 1 + 1}{x^2 - 1} = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien :

$$\frac{D}{E} = 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$1) \text{ D'une part : } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{x-1+x}{x(x-1)} = \frac{2x-1}{x^2-x}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } \frac{2x^2-1}{x^2-x} - 2 &= \frac{2x^2-1-2(x^2-x)}{x^2-x} \\ &= \frac{2x^2-1-2x^2+2x}{x^2-x} \\ &= \frac{2x-1}{x^2-x} \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{(2x^2-1)}{x^2-x} - 2$$

$$2) \text{ D'une part : } \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2-x}{2x}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } \frac{\frac{2-x}{2}}{\frac{x}{2+x}} &= \frac{2-x}{2(2+x)} \times \frac{2+x}{x} = \\ \frac{2-x}{2x} \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{2-x}{4+2x}}{\frac{x}{2+x}}$$

Corrigé Exercice 11

$$\begin{aligned} 1) \text{ a. } f(x) &= 2(x-3)^2 - (x-3)(4x-4) \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 4x - 12x + 12) \\ &= 2x^2 - 12x + 18 - 4x^2 + 16x - 12 \\ &= -2x^2 + 4x + 6 \quad \text{Ce Qu'il Fallait Démontrer (abréviation mathématique très utilisée « CQFD »)} \end{aligned}$$

$$\text{b. On a : } -2(x-3)(x+1) = -2(x^2 - 2x - 3) = -2x^2 + 4x + 6 = f(x) \quad \text{CQFD}$$

$$\text{c. } 8 - 2(x-1)^2 = 8 - 2(x^2 - 2x + 1) = 8 - 2x^2 + 4x - 2 = -2x^2 + 4x + 6 = f(x) \quad \text{CQFD}$$

2) a. La forme réduite $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ est toujours la plus simple pour calculer l'image de 0, car tous les termes en x s'annulent

$$f(0) = -2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 6 = 6$$

b. On s'aperçoit dans la forme factorisée $f(x) = -2(x-3)(x+1)$, la 2^{ème} parenthèse s'annule quand on remplace x par -1 ... ce qui annulera le produit :

$$\text{L'image de } -1 \text{ par } f \text{ est } f(-1) = -2 \times (-1-3)(-1+1) = 0$$

c. On s'aperçoit dans la 3^{ème} forme (qu'on dit canonique), $x = 1$ annule la parenthèse :

$$f(1) = 8 - 2(x-1)^2 = 8 - 2 \times 0 = 8$$

Corrigé Exercice 12

1) On met au même dénominateur :

$$a - \frac{b}{2x+1} = \frac{a(2x+1) - b}{2x+1} = \frac{2ax + a - b}{2x+1}$$

Pour que $g(x) = a - \frac{b}{2x+1}$ on doit donc avoir comme égalité $\frac{4x-5}{2x+1} = \frac{2ax+a-b}{2x+1}$

Comme les 2 fractions ont le même dénominateur, on doit donc avoir l'égalité : $4x - 5 = 2ax + a - b$

Il faut donc que les nombres a et b vérifient les conditions $\begin{cases} 4 = 2a \\ -5 = a - b \end{cases}$

$$\begin{cases} 4 = 2a \\ -5 = a - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ -5 = 2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow \text{On a donc } g(x) = 2 - \frac{7}{2x+1}$$

2) a. $g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4x-5}{2x+1} = 0 \Leftrightarrow 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ donc $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

b. $g(0) = \frac{0-5}{0+1} = -5$

Corrections Savoir Ta. 4

Corrigé Exercice 13

$a = -1$ donc décroissante

$$5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$5 - x$	+	0	-

$a = -3$ donc décroissante

$$-3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-3x$	+	0	-

$a = 2$ donc croissante

$$2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{2} = -4$$

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$2x + 8$	-	0	+

$a = 0$ donc constante

Donc du signe de $b \Rightarrow$ négatif

x	$-\infty$	$+\infty$
-2,5	-	

$a = -4$ donc décroissante

$$2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2 - 4x$	+	0	-

$a = \frac{1}{2}$ donc croissante

$$\frac{x}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \times 2 = -2$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$\frac{x}{2} + 1$	-	0	+

Corrigé Exercice 14

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$3x + 6$	$-$	0	$+$	$+$
$4 - 2x$	$+$	$ $	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$
$-4x$	$+$	$ $	0	$-$
$x + 5$	$-$	0	$+$	$+$
$g(x)$	$-$	0	$+$	0

t	$-\infty$	$-\frac{5}{8}$	4	$+\infty$
$8 - 2t$	$+$	$ $	0	$-$
$5 + 8t$	$-$	0	$+$	$+$
$h(t)$	$-$	0	$+$	0

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-3x + 6$	$+$	0	$-$
$-3x + 6$	$+$	$ $	$-$
$j(x)$	$+$	0	$+$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$2x - 2$	$-$	$ $	0	$+$
$3 + 3x$	$-$	0	$+$	$+$
$k(x)$	$+$	0	$-$	0

x	$-\infty$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$
-4	$-$	$ $	$-$
$2 - 7x$	$+$	0	$-$
$m(x)$	$-$	0	$+$

Corrigé Exercice 15

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$4x - 1$	$-$	$ $	0	$+$
$2x$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	 	$-$	0

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
$2 - 3x$	$+$	0	$ $	$-$
$1 - x$	$+$	$ $	0	$-$
$g(x)$	$+$	0	$-$	

t	$-\infty$	-5	5	$+\infty$
$5 - t$	$+$	$ $	0	$-$
$5 + t$	$-$	0	$+$	$+$
$h(t)$	$-$	 	$+$	0

x	$-\infty$	2	$+\infty$
-3	$-$	$ $	$-$
$2 - x$	$+$	0	$-$
$k(x)$	$-$	 	$+$

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$-6x$	$+$	$ $	0	$-$
$2x + 6$	$-$	0	$+$	$+$
$i(x)$	$-$	 	$+$	0

t	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$4t - 6$	$-$	0	$+$
$3 - 2t$	$+$	0	$-$
$l(t)$	$-$	 	$-$

Corrigé Exercice 16

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$3 - x$	$+$	$ $	$+$	$ $	0
$5x - 5$	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	2	$+\infty$
$4x - 1$	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$4 - 2x$	$+$	$ $	$+$	$ $	0
$3x$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$g(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	-7	-1	$+\infty$
-5	$-$	$ $	$-$	$ $
$x + 7$	$-$	0	$+$	$ $
$x + 1$	$-$	$ $	$-$	0
$h(x)$	$-$	0	$+$	$\parallel$

x	$-\infty$	-4	1	6	$+\infty$
-3	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$
$2x + 8$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$6 - x$	$+$	$ $	$+$	$ $	0
$2 - 2x$	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$j(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$	3	$+\infty$
$(2x - 6)^2$	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0
$1 - x$	$+$	$ $	$+$	0	$-$	$ $
$1 + x$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $
$3 - 2x$	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0
$k(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	$\parallel$

x	$-\infty$	-5	0	1	5	$+\infty$
4	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	$ $
$5 - x$	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0
x^2	$+$	$ $	$+$	0	$+$	$ $
$2x + 10$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $
$x - 1$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0
$l(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$-$	$\parallel$

Corrigé Exercice 17

1) f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ et h est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x - 1$	$-$	$ $	$-$	0
$2x + 4$	$-$	0	$+$	$ $
$f(x)$	$+$	0	$-$	0

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$+$

Un carré est toujours positif

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$x + 4$	$-$	0	$+$	$ $
$x - 1$	$-$	$ $	$-$	0
$h(x)$	$+$	0	$-$	$\parallel$

2) **C₁** : Courbe de la fonction g : elle est partout positive et elle s'annule en $x = 3$

C₂ : Courbe de la fonction h : elle s'annule en $x = -4$ et $x = 1$, elle est positive sur $] -\infty ; -4[$ et sur $]1 ; +\infty[$ et elle est négative sur $] -4 ; 1[$. Elle a de plus une rupture en $x = 1$ qui traduit la valeur interdite.

C₃ : Courbe de la fonction f : elle s'annule en $x = -2$ et $x = 1$ et elle est positive sur $] -\infty ; -2[$ et sur $]1 ; +\infty[$ et elle est négative sur $] -2 ; 1[$