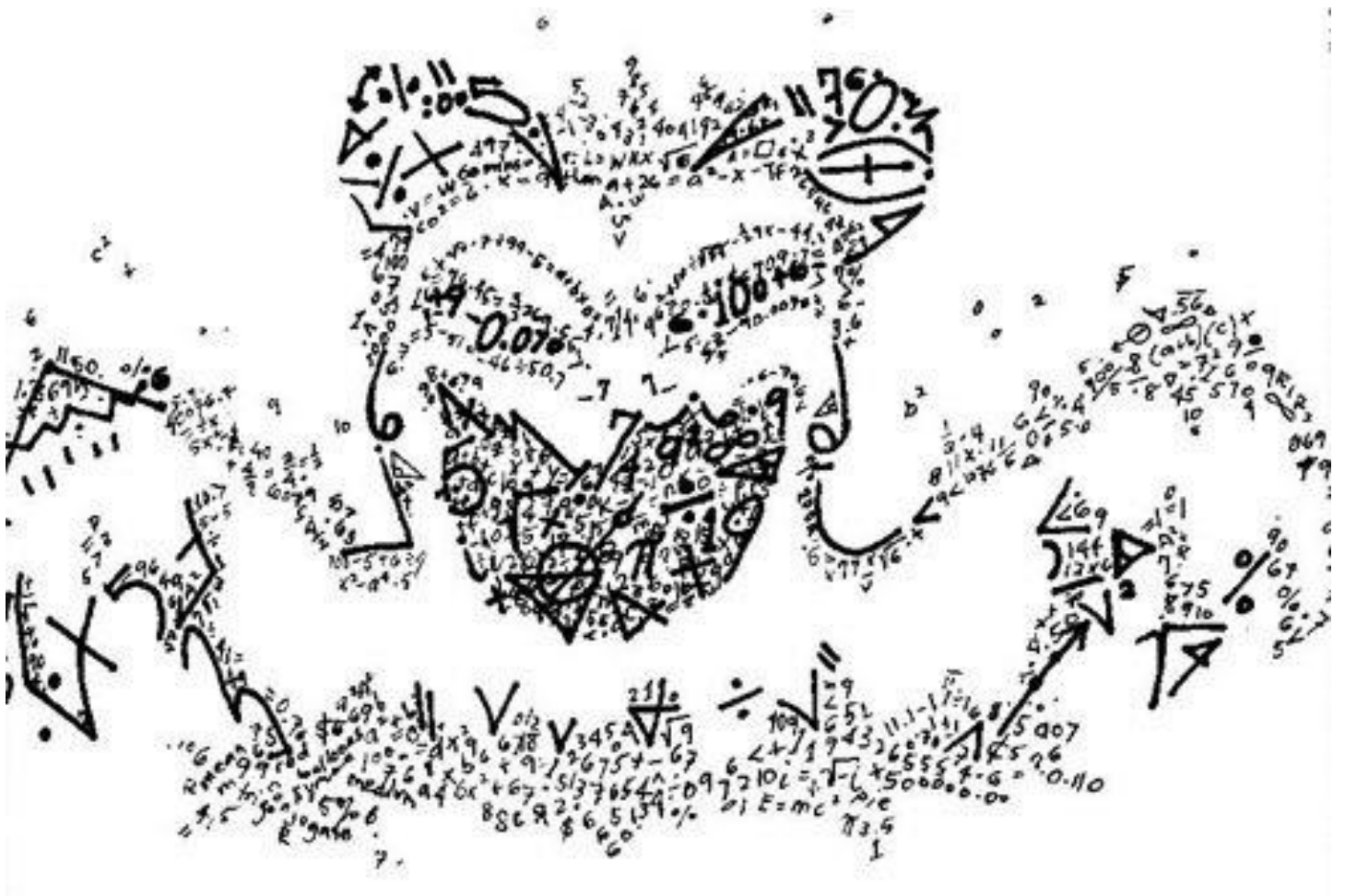


1ère Spé

Second degré



Savoirs Sd
Sd

Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Sd. 1

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations, en donnant bien les étapes (et au moins une fois les formules utilisées)

a. $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6 = 0$ b. $x^2 + x = -12$ c. $3x^2 - 6x = 0$ d. $5p - 2p^2 + 7 = 0$

2) Résoudre : a. $\frac{-x^2 + 3x - 2}{2x} = 0$ b. $(x - 1)(4x^2 - 4x + 1) = 0$

Savoir Sd. 2

1) Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = 9x^2 - 12x + 4$ $B(t) = -2t^2 - 4t + 16$ $C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$ $D(x) = 2x^2 - 6$

2) a. Simplifier : $Q(x) = \frac{-2x^2 - 6x + 8}{x^2 + 6x + 8}$ b. Factoriser : $P(x) = (x - 3)^2 - 2x^2 + 4x + 6$

3) Mettre sous forme canonique : $E(x) = -x^2 + 6x - 7$ $F(x) = 2x^2 + 28x + 44$

Savoir Sd. 3

1) Déterminer le tableau de signe : $f(x) = -2x^2 - 2x + 40$ $g(t) = 4t^2 - 2t + 1$

2) Résoudre les inéquations : a. $3x^2 + 3x - 18 \geq 0$ b. $3x - x^2 > \frac{9}{4}$

3) Résoudre : $\frac{x(x^2 + x - 2)}{-3x^2 - 4x + 4} \leq 0$

Entraînements par savoirs

Savoir Sd. 1 : Équations du 2nd degré

Entraînement n°1

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations, en donnant bien les étapes (et au moins une fois les formules utilisées)

a. $x^2 - 10x + 21 = 0$ b. $3x^2 + 4 = 5x$ c. $5x + 3 - x^2 = 0$ d. $2n^2 - 1 = 5$

2) Résoudre :

a. $\frac{2x^2 - 5x - 3}{-2x^2 - 4x + 30} = 0$ b. $-3(x + 4)(4 - 20x + 25x^2) = 0$

Entraînement n°2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations, en donnant bien les étapes (et au moins une fois les formules utilisées)

a. $11p^2 - 5p + \frac{1}{2} = 0$ b. $-2x^2 + 7 = 6$ c. $x^2 + 8 = 4x$ d. $6x^2 - 4x + \frac{2}{3} = 0$

2) Résoudre :

a. $5x(-6x^2 - 27x + 15) = 0$ b. $\frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 6x - 7} = 0$

Entraînement n°3

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations, en donnant bien les étapes (et au moins une fois les formules utilisées)

a. $-2u^2 - u + 3 = 0$ b. $-3x^2 + 5x = 8$ c. $4x^2 - 10x + 1 = -5x^2 + 2x - 3$
d. $-3x(x + 1) + 6 = 0$

2) Résoudre :

a. $\frac{x - 2}{3x^2 - 3x - 6} = 0$ b. $-3x^2(5x^2 - 3x - 2) = 0$

Savoir Sd. 2 : Factorisation et forme canonique

Entraînement n°1

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = x^2 + x - 2$$

$$B(x) = 2x^2 + 1 - 4x$$

$$C(a) = 3a^2 - a + 4$$

$$D(x) = -1 + x^2$$

2) a. Simplifier : $Q(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{-3x^2 + 9x}$

b. Factoriser : $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 3x$

3) Mettre sous forme canonique :

$$E(x) = x^2 - 6x - 3$$

$$F(t) = 4t^2 - t + 1$$

Entraînement n°2

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$G(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

$$H(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$I(x) = 8x^2 - 4x$$

$$J(t) = -4t^2 + 4t - 1$$

2) a. Simplifier : $K(x) = \frac{-3x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 3}$

b. Factoriser : $L(t) = 2t^2 - 6t + 4 - (t - 2)(t + 3)$

3) Mettre sous forme canonique :

$$M(x) = -x^2 - 4x + 10$$

$$N(x) = -3x^2 + 4x - 3$$

Entraînement n°3

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$P(x) = 3x^2 - 30x + 63$$

$$R(x) = -9x^2 + 16$$

$$S(n) = -3n^2 + 4n - 1$$

$$T(x) = x^2 - 3(-2x - 3)$$

2) a. Simplifier : $U(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 7x + 12}$

b. Factoriser : $V(x) = 2x(x - 6) - 2x^2 + 11x + 6$

3) Mettre sous forme canonique :

$$W(x) = -2x^2 + 8x$$

$$Z(t) = 8t^2 - 24t + 17$$

Savoir Sd. 3 : Tableaux de signes et inéquations

Entraînement n°1

1) Déterminer le tableau de signe : $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ $g(x) = x^2 + 2x - 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $-x^2 + x - 5 < 0$ b. $-n^2 + 6n \leq 5$

3) Résoudre : $\frac{x^2 - 5x - 6}{-2x^2 + 4x + 6} \leq 0$

Entraînement n°2

1) Déterminer le tableau de signe : $h(a) = -a^2 + 5a + 14$ $k(x) = x^2 - 4x + 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $x^2 - 3 \leq 0$ b. $9 < 3x(x + 2)$

3) Résoudre : $(x - 2)(-x^2 + 2x - 3) > 0$

Entraînement n°3

1) Déterminer le tableau de signe : $T(x) = 2x^2 - 3x + 15$ $m(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $2x^2 + x \leq 6$ b. $x(1 - 2x) < -15$

3) Résoudre : $\frac{-a^2 + 2a + 8}{a^2 + 4a} \geq 0$



CORRECTIONS

Corrigé sujet de préparation

Corrigé Savoir Sd. 1

1)

a. $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6 = 0$ On a : $a = \frac{1}{2}$; $b = 2$ et $c = -6$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (-6) = 4 + 12 = 16$$

$$2 \text{ solutions : } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{-2 - 4}{1} = -6$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 4}{1} = 2 \quad \text{donc } S = \{-6; 2\}$$

c. $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0$

soit $3x = 0$ soit $x - 2 = 0$

$$x = 0 \quad x = 2 \quad \text{donc } S = \{0; 2\}$$

(si vous l'avez fait avec le delta, vous devez quand même retrouver ces valeurs)

b. $x^2 + x = -12 \Leftrightarrow x^2 + x + 12 = 0$

On a : $a = 1$; $b = 1$ et $c = 12$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 12 = 1 - 48 = -47$$

Il n'y a pas de solution $S = \emptyset$

d. $5p - 2p^2 + 7 = 0$ ou $-2p^2 + 5p + 7 = 0$

On a : $a = -2$; $b = 5$ et $c = 7$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times (-2) \times 7 = 81 \quad \text{donc 2 solutions :}$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \times (-2)} = \frac{-5 - 9}{-4} = \frac{7}{2} \quad \text{et } x_2 = \frac{-5 + 9}{-4} = -1$$

$$S = \left\{-1; \frac{7}{2}\right\}$$

2) a. $\frac{-x^2 + 3x - 2}{2x} = 0$ Équation quotient nul

Valeurs interdites : $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}^*$

Solutions : $-x^2 + 3x - 2 = 0$

Avec $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = 1$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times (-1)} = \frac{-3 - 1}{-2} = 2 \quad \text{et } x_2 = \frac{-3 + 1}{-2} = 1$$

$$S = \{1; 2\}$$

b. $(x - 1)(4x^2 - 4x + 1) = 0$

Équation produit nul

Soit $x - 1 = 0$ soit $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$$x = 1 \quad \Delta = 0; \quad x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$$

Corrigé Savoir Sd. 2

1)

$$A(x) = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 144 - 144 = 0$$

$$x_0 = \frac{-(-12)}{2 \times 9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{donc } A(x) = a(x - x_0)^2 = 9\left(x - \frac{2}{3}\right)^2$$

En distribuant le 9 (en 3^2) on obtient $(3x - 2)^2$

$$C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (-6) = 16$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{-2 - 4}{1} = -6 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2 + 4}{1} = 2$$

$$C(x) = \frac{1}{2}(x + 6)(x - 2)$$

$$B(t) = -2t^2 - 4t + 16$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-2) \times 16 = 144$$

$$t_1 = \frac{-(-4) - \sqrt{144}}{2 \times (-2)} = \frac{4 - 12}{-4} = 2 \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{4 + 12}{-4} = -4$$

$$B(t) = a(t - t_1)(t - t_2) = -2(t - 2)(t + 4)$$

$$D(x) = 2x^2 - 6 = 2(x^2 - 3)$$

Factorisation directe avec un $a^2 - b^2$

$$D(x) = 2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

Si vous passez par le delta, vous avez du $\frac{\sqrt{48}}{4}$ à simplifier :

$$\frac{\sqrt{16 \times 3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

2) a.

$$Q(x) = \frac{-2x^2 - 6x + 8}{x^2 + 6x + 8}$$

$$\text{Pour } -2x^2 - 6x + 8, \Delta = 36 + 64 = 100, \text{ on a } x_1 = \frac{6 - 10}{-4} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{6 + 10}{-4} = -4$$

$$\text{Pour } x^2 + 6x + 8, \Delta = 36 - 32 = 4, \text{ on a } x_1 = \frac{-6 + 2}{2} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-6 - 2}{2} = -4$$

Donc

$$Q(x) = \frac{-2(x - 1)(x + 4)}{(x + 2)(x + 4)} = \frac{-2(x - 1)}{x + 2}$$

b. $P(x) = (x - 3)^2 - 2x^2 + 4x + 6$

$$\text{Pour } -2x^2 + 4x + 6, \Delta = 16 + 48 = 64, \text{ on a } x_1 = \frac{-4 + 8}{-4} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 - 8}{-4} = 3$$

Donc

$$P(x) = (x - 3)^2 - 2(x + 1)(x - 3) = (x - 3)[x - 3 - 2(x + 1)] = (x - 3)(x - 3 - 2x - 2)$$

$$P(x) = (x - 3)(-x - 5)$$

Remarque : on a aussi $P(x) = (3 - x)(x + 5)$ c'est plus « joli »

3) $E(x) = -x^2 + 6x - 7$: On a $x_0 = \frac{-6}{2 \times (-1)} = 3$ et $E(x_0) = E(3) = -9 + 18 - 7 = 2$

$$\text{Donc } E(x) = a(x - x_0)^2 + E(x_0) = -(x - 3)^2 + 2$$

$$F(x) = 2x^2 + 28x + 44 : \text{ On a } x_0 = \frac{-28}{4} = -7 \quad \text{et} \quad F(x_0) = F(-7) = 2 \times 49 + 28 \times (-7) + 44 = -54$$

$$\text{Donc } F(x) = 2(x + 7)^2 - 54$$

Corrigé Savoir Sd. 3

1) $f(x) = -2x^2 - 2x + 40$

On a $\Delta = 4 + 320 = 324$

donc $x_1 = \frac{2-18}{-4} = 4$ et $x_2 = \frac{2+18}{-4} = -5$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

x	$-\infty$	-5	4	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$g(t) = 4t^2 - 2t + 1$

On a $\Delta = 4 - 16 = -12$

De signe constant, celui de a , ici positif

t	$-\infty$	$+\infty$
$g(t)$	$+$	

2) a. $3x^2 + 3x - 18 \geq 0$

On a $\Delta = 9 + 216 = 225$

donc $x_1 = \frac{-3-15}{6} = -3$ et $x_2 = \frac{-3+15}{6} = 2$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$3x^2 + 3x - 18$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S =]-\infty; -3] \cup [2; +\infty[$

b. $3x - x^2 > \frac{9}{4} \Leftrightarrow -x^2 + 3x - \frac{9}{4} > 0$

On a $\Delta = 9 - 9 = 0$ donc $x_0 = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$

Du signe de a , ici négatif

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-x^2 + 3x - \frac{9}{4}$	$-$	0	$-$

Ce ne sera jamais strictement positif : $S = \emptyset$

3) $\frac{x(x^2 + x - 2)}{-3x^2 - 4x + 4} \leq 0$

Pour $x^2 + x - 2$: $\Delta = 9$, on a $x_1 = 1$ et $x_2 = -2$ positif à l'extérieur des racines

Pour $-3x^2 - 4x + 4$: $\Delta = 64$, on a $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{2}{3}$ négatif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-2	0	1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
x	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$x^2 + x - 2$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$-3x^2 - 4x + 4$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$
Quotient	$+$	$ $	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$ $	$-$

Donc $S = [0; 1] \cup \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$

Corrections Entraînements par savoirs

Corrigé Savoir Sd. 1

Corrigé Entraînement n°1

1)

a. $x^2 - 10x + 21 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 100 - 84 = 16$$

$$2 \text{ solutions : } x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10)-\sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{10-4}{2} = 3$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10+4}{2} = 7 \quad \Rightarrow \quad S = \{3; 7\}$$

b. $3x^2 + 4 = 5x \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 4 = 0$

$$\Delta = 25 - 4 \times 3 \times 4 = -23$$

$$S = \emptyset$$

c. $5x + 3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 5x + 3 = 0$

$$\Delta = 25 + 12 = 37$$

$$2 \text{ solutions : } x_1 = \frac{-5-\sqrt{37}}{2 \times (-1)} = \frac{5+\sqrt{37}}{2} \quad \text{et } x_2 = \frac{5-\sqrt{37}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5-\sqrt{37}}{2}; \frac{5+\sqrt{37}}{2} \right\}$$

d. Résolution directe

$$2n^2 - 1 = 5 \Leftrightarrow 2n^2 = 6 \Leftrightarrow n^2 = 3$$

$$2 \text{ solutions : } n_1 = -\sqrt{3} \quad \text{et } n_2 = \sqrt{3}$$

$$S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$$

2) a. $\frac{2x^2-5x-3}{-2x^2-4x+30} = 0$ Équation quotient nul

$$\text{Valeurs interdites : } -2x^2 - 4x + 30 = 0$$

$$\text{Avec } \Delta = 16 + 240 = 256$$

$$x_1 = \frac{4-16}{-4} = 3 \quad \text{et } x_2 = \frac{4+16}{-4} = -5$$

$$\text{L'équation est définie sur } \mathbb{R} \setminus \{-5; 3\}$$

$$\text{Solutions : } 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\text{Avec } \Delta = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{et } x_2 = \frac{5+7}{4} = 3$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (\text{car } 3 \text{ est une valeur interdite})$$

b. $-3(x+4)(4-20x+25x^2) = 0$

Équation produit nul

$$\text{Soit } x+4=0 \quad \text{soit } 25x^2-20x+4=0$$

$$x = -4 \quad \Delta = 0; \quad x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-20)}{2 \times 25} = \frac{2}{5}$$

$$S = \{-4; \frac{2}{5}\}$$

Corrigé Entraînement n°2

1)

a. $11p^2 - 5p + \frac{1}{2} = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 22 = 3$$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-\sqrt{3}}{22} \quad \text{et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+\sqrt{3}}{22}$$

$$S = \left\{ \frac{5-\sqrt{3}}{22}; \frac{5+\sqrt{3}}{22} \right\}$$

b. Résolution directe

$$-2x^2 + 7 = 6 \Leftrightarrow -2x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

$$2 \text{ solutions : } x_1 = -\sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{et } x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$\text{Avec le delta, vous devez simplifier le } \frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

c. $x^2 + 8 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 8 = 0$

$$\Delta = 16 - 32 = -16 \quad \Rightarrow \quad S = \emptyset$$

d. $6x^2 - 4x + \frac{2}{3} = 0$

$$\Delta = 16 - 16 = 0 \Rightarrow 1 \text{ solution : } x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

2) a. $5x(-6x^2 - 27x + 15) = 0$

Équation produit nul

Soit $5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

soit $-6x^2 - 27x + 15 = 0$ Avec $\Delta = 1089$

$x_1 = \frac{27-33}{-12} = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{27+33}{-12} = -5$

$S = \left\{-5; 0; \frac{1}{2}\right\}$

b. $\frac{x^2-3x+4}{x^2+6x-7} = 0$ Équation quotient nul

Valeurs interdites : $x^2 - 3x + 4 = 0$

Avec $\Delta = -7$ Pas de valeur interdite

L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

Solutions : $x^2 + 6x - 7 = 0$

Avec $\Delta = 64$; $x_1 = 1$ et $x_2 = -7$

$S = \{1; -7\}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

a. $-2u^2 - u + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25$

2 solutions : $u_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{-4} = 1$

et $u_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+5}{-4} = -\frac{3}{2} \Rightarrow S = \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$

b. $-3x^2 + 5x = 8 \Leftrightarrow -3x^2 + 5x - 8 = 0$

$\Delta = 25 - 96 = -71 \Rightarrow S = \emptyset$

c. $4x^2 - 10x + 1 = -5x^2 + 2x - 3$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 12x + 4 = 0$

$\Delta = 0$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

d. $-3x(x+1) + 6 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 3x + 6 = 0$

$\Delta = 9 + 72 = 81$

2 solutions : $x_1 = \frac{3+9}{-6} = -2$ et $x_2 = \frac{3-9}{-6} = 1$

$S = \{-2; 1\}$

2) a. $\frac{x-2}{3x^2-3x-6} = 0$ Équation quotient nul

Valeurs interdites : $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

L'équation est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Solutions : $3x^2 - 3x - 6 = 0$

Avec $\Delta = 81$; $x_1 = 2$ et $x_2 = -1$

$S = \{-1\}$ car 2 est une valeur interdite

b. $-3x^2(5x^2 - 3x - 2) = 0$

Équation produit nul

Soit $-3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

soit $5x^2 - 3x - 2 = 0$ Avec $\Delta = 49$

$x_1 = 1$ et $x_2 = -\frac{2}{5}$

$S = \left\{-\frac{2}{5}; 0; 1\right\}$

Corrigé Savoir Sd. 2

Corrigé Entraînement n°1

1)

$$A(x) = x^2 + x - 2 \quad \text{avec } \Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad \text{et } x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$$

$$A(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = (x + 2)(x - 1)$$

$$B(x) = 2x^2 - 4x + 1 \quad \text{Avec } \Delta = 16 - 8 = 8$$

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{8}}{4} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et } x_2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B(x) = 2 \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$C(a) = 3a^2 - a + 4 \quad \text{avec } \Delta = 1 - 48 = -47$$

Pas de factorisation possible

$$D(x) = -1 + x^2 = x^2 - 1$$

Factorisation directe avec un $a^2 - b^2$

$$D(x) = (x - 1)(x + 1)$$

2) a.

$$Q(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{-3x^2 + 9x}$$

$$\text{Pour } -2x^2 + 4x + 6 : \Delta = 64,$$

$$\text{on a } x_1 = -1 \quad \text{et } x_2 = 3$$

$$\text{Et } -3x^2 + 9x = -3x(x - 3)$$

Donc

$$Q(x) = \frac{-2(x + 1)(x - 3)}{-3x(x - 3)} = \frac{2(x + 1)}{3x}$$

b. $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 3x = x(3x^2 - 10x + 3)$

$$\text{Pour } 3x^2 - 10x + 3 : \Delta = 64$$

$$\text{on a } x_1 = 3 \quad \text{et } x_2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc } P(x) = x \times 3(x - 3) \left(x + \frac{1}{3} \right)$$

En redistribuant le 3 sur le dernier facteur :

$$P(x) = x(x - 3)(3x + 1)$$

3) $E(x) = x^2 - 6x - 3$: On a $x_0 = \frac{6}{2} = 3$ et $E(x_0) = E(3) = 9 - 18 - 3 = -12$

$$\text{Donc } E(x) = a(x - x_0)^2 + E(x_0) = (x - 3)^2 - 12$$

$$F(t) = 4t^2 - t + 1 : \text{On a } t_0 = \frac{1}{8} \quad \text{et } F(t_0) = F\left(\frac{1}{8}\right) = 4 \times \frac{1}{64} - \frac{1}{8} + 1 = \frac{1}{16} - \frac{2}{16} + \frac{16}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\text{Donc } F(t) = 4 \left(t - \frac{1}{8} \right)^2 + \frac{15}{16}$$

Corrigé Entraînement n°2

1)

$$G(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

$$\text{avec } \Delta = 9 \Rightarrow x_1 = 2 \quad \text{et } x_2 = -4$$

$$G(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = \frac{1}{2}(x - 2)(x + 4)$$

$$H(x) = 3x^2 - 2x + 2 \quad \text{Avec } \Delta = -20$$

Pas de factorisation possible

$$I(x) = 8x^2 - 4x = 4x(2x - 1)$$

Factorisation directe

$$J(t) = -4t^2 + 4t - 1 \quad \text{avec } \Delta = 0 \quad \text{et } t_0 = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$J(t) = a(t - t_0)^2 = -4 \left(t - \frac{1}{2} \right)^2$$

2) a.

$$K(x) = \frac{-3x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\text{on a } -3x^2 - 3x = -3x(x + 1)$$

$$\text{Pour } 2x^2 - 5x + 3 : \Delta = 1, x_1 = \frac{3}{2} \quad \text{et } x_2 = 1$$

$$\text{Donc } K(x) = \frac{-3x(x+1)}{2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-1)} \quad \text{Non simplifiable}$$

b. $L(t) = 2t^2 - 6t + 4 = (t - 2)(t + 3)$

$$\text{Pour } 2t^2 - 6t + 4 : \Delta = 4$$

$$\text{on a } t_1 = 2 \quad \text{et } t_2 = 1$$

$$L(t) = 2(t - 2)(t - 1) - (t - 2)(t + 3)$$

$$L(t) = (t - 2)[2(t - 1) - (t + 3)]$$

$$L(t) = (t - 2)(2t - 2 - t - 3)$$

$$L(t) = (t - 2)(t - 5)$$

3) $M(x) = -x^2 - 4x + 10$: On a $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$ et $M(x_0) = M(-2) = -4 - 4 \times (-2) + 10 = 14$
 Donc $M(x) = a(x - x_0)^2 + M(x_0) = -(x + 2)^2 + 14$

$N(x) = -3x^2 + 4x - 3$:

On a $x_0 = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$ et $N(x_0) = N\left(\frac{2}{3}\right) = -3 \times \frac{4}{9} + 4 \times \frac{2}{3} - 3 = -\frac{12}{9} + \frac{24}{9} - \frac{27}{9} = -\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}$

Donc $N(x) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

$P(x) = 3x^2 - 30x + 63$ avec $\Delta = 144$

$\Rightarrow x_1 = 7$ et $x_2 = 3$

$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 3(x - 7)(x - 3)$

$R(x) = -9x^2 + 16 = 16 - 9x^2$

Factorisation directe en $a^2 - b^2$

$R(x) = (4 - 3x)(4 + 3x)$

$S(n) = -3n^2 + 4n - 1$ avec $\Delta = 4$

$\Rightarrow n_1 = \frac{1}{3}$ et $n_2 = 1$

$S(n) = -3\left(n - \frac{1}{3}\right)(n - 1) = (-3n + 1)(n - 1)$

$T(x) = x^2 - 3(-2x - 3) = x^2 + 6x + 9$

avec $\Delta = 0$ et $x_0 = -3$

$T(x) = a(x - x_0)^2 = (x + 3)^2$

2)

a. $U(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 7x + 12}$

Pour $x^2 + 4x - 21$: $\Delta = 100$, $x_1 = 3$ et $x_2 = -7$

Pour $x^2 - 7x + 12$: $\Delta = 1$, $x_1 = 4$ et $x_2 = 3$

Donc

$U(x) = \frac{(x - 3)(x + 7)}{(x - 4)(x - 3)} = \frac{x + 7}{x - 4}$

b. $V(x) = 2x(x - 6) - 2x^2 + 11x + 6$

Pour $-2x^2 + 11x + 6$: $\Delta = 169$

on a $x_1 = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = 6$

$V(x) = 2x(x - 6) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 6)$

$V(x) = (x - 6)[2x - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)]$

$V(x) = (x - 6)(2x - 2x - 1)$

$V(x) = -(x - 6) = -x + 6$

3) $W(x) = -2x^2 + 8x$: On a $x_0 = \frac{-8}{-4} = 2$ et $W(x_0) = W(2) = -2 \times 4 + 8 \times 2 = 8$

Donc $W(x) = a(x - x_0)^2 + W(x_0) = -2(x - 2)^2 + 8$

$Z(t) = 8t^2 - 24t + 17$:

On a $t_0 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ et $Z(t_0) = Z\left(\frac{3}{2}\right) = 8 \times \frac{9}{4} - 24 \times \frac{3}{2} + 17 = 18 - 36 + 17 = -1$

Donc $Z(t) = 8\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - 1$

Corrigé Savoir Sd. 3

Corrigé Entraînement n°1

1) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

On a $\Delta = 64$ donc $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$g(x) = x^2 + 2x - 4$ avec $\Delta = 20$

On a $x_1 = \frac{-2-\sqrt{20}}{2} = -1 - \sqrt{5}$ et $x_2 = -1 + \sqrt{5}$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	$-1-\sqrt{5}$	$-1+\sqrt{5}$	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

2) a. $-x^2 + x - 5 < 0$ On a $\Delta = -19$

De signe constant, celui de a , ici négatif

x	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2 + x - 5$	$-$	

$S = \mathbb{R}$

b. $-n^2 + 6n \leq 5 \Leftrightarrow -n^2 + 6n - 5 \leq 0$

On a $\Delta = 16$ donc $x_1 = 1$ et $x_2 = 5$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

n	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$-n^2 + 6n - 5$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$S =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$

3) $\frac{x^2 - 5x - 6}{-2x^2 + 4x + 6} \leq 0$

Pour $x^2 - 5x - 6$: $\Delta = 49$, on a $x_1 = 6$ et $x_2 = -1$ positif à l'extérieur des racines

Pour $-2x^2 + 4x + 6$: $\Delta = 64$, on a $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$ négatif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-1	3	6	$+\infty$		
$x^2 - 5x - 6$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$-2x^2 + 4x + 6$	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
Quotient	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	0	$-$

Donc $S =]-\infty; -1[\cup]3; 6[\cup]6; +\infty[$

Corrigé Entraînement n°2

1) $h(a) = -a^2 + 5a + 14$

On a $\Delta = 81$ donc $a_1 = -2$ et $a_2 = 7$

Négatif à l'extérieur des racines

a	$-\infty$	-2	7	$+\infty$	
$h(a)$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$k(x) = x^2 - 4x + 4$

On a $\Delta = 0$ donc $x_0 = 2$

De signe constant, celui de a , ici positif

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$k(x)$	$+$	0	$+$

2) a. $x^2 - 3 \leq 0$

On a $\Delta = 12$ donc $x_1 = -\sqrt{3}$ et $x_2 = \sqrt{3}$

Positif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x^2 - 3$	+	0	- 0	+

$$S = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$$

b. $9 < 3x(x+2) \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 < 0$

On a $\Delta = 144$ donc $x_1 = -3$ et $x_2 = 1$

Négatif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$-3x^2 - 6x + 9$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$

$$S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$$

3) $(x-2)(-x^2+2x-3) > 0$

Pour $-x^2+2x-3$: $\Delta = -8$

de signe constant, celui de a , ici négatif

Donc $S =]-\infty; 2[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
$-x^2+2x-3$	-		-
Produit	+	0	-

Corrigé Entraînement n°3

1) $T(x) = 2x^2 - 3x + 15$

On a $\Delta = -111$

De signe constant, celui de a , ici positif

x	$-\infty$	$+\infty$
$T(x)$	+	

$$m(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$$

On a $\Delta = 9$ donc $x_1 = 2$ et $x_2 = -4$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$m(x)$	$+$	$\mathbf{0}$	$-\mathbf{0}$	$+$

2) a. $2x^2 + x \leq 6 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 6 \leq 0$

On a $\Delta = 49$ donc $x_1 = \frac{3}{2}$ et $x_2 = -2$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	-2	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$3x^2 + 3x - 18$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$

$$S = [-2; \frac{3}{2}]$$

b. $x(1-2x) < -15 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 15 < 0$

On a $\Delta = 121$ donc $x_1 = -\frac{5}{2}$ et $x_2 = 3$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$-2x^2 + x + 15$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$

$$S =]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]3; +\infty[$$

3) $\frac{-a^2 + 2a + 8}{a^2 + 4a} \geq 0$

Pour $-a^2 + 2a + 8$: $\Delta = 36$, on a $a_1 = -2$ et $a_2 = 4$ négatif à l'extérieur des racines

Pour $a^2 + 4a$: $\Delta = 16$, on a $x_1 = 0$ et $x_2 = -4$ positif à l'extérieur des racines

a	$-\infty$	-4	-2	0	4	$+\infty$			
$-a^2 + 2a + 8$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$a^2 + 4a$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
Quotient	$-$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$

Donc $S =]-4; -2] \cup]0; 4]$