

Exercice 1 : Calculer une image

1) On donne : $f(x) = 10x^2 - 25x + 60$.

Calculer

a) $f(0)$

b) $f(2)$

c) $f(-3)$

2) On donne : $g(x) = 0,2x - 1,8$.

Calculer

a) $g(0)$

b) $g(1)$

c) $g(-1)$

3) On donne : $h(x) = x^3 - 4x^2 + 3$.

Calculer

a) $h(0)$

b) $h(1)$

c) $h(-2)$

4) Dans un contexte

On note x le prix de vente unitaire en euro d'une machine, x étant compris entre 1 200 € et 3 000 €. On suppose que le nombre de machines vendues s'exprime sous la forme $N(x) = 364 - 0,08x$.

On appelle $V(x)$ le montant total de la vente des machines. On a $V(x) = -0,08x^2 + 364x$

a. Pour un prix de vente de 2 000 €, quel est le nombre de machines vendues ?

b. Quel est alors le montant total de la vente ?

5) On étudie le nombre d'accidents corporels liés à la Sécurité routière en France métropolitaine, de 2005 à 2013. On en fait une modélisation sur l'intervalle $[0; 8]$ par la fonction définie par :

$$f(x) = -91x^2 - 2\,774x + 84\,546$$

Où x est le rang de l'année à partir de 2005 (soit $x = 0$ pour 2005) et $f(x)$ représente le nombre d'accidents.

Quelle valeur ce modèle donne-t-il pour le nombre d'accidents corporels en 2011 en France métropolitaine ?

6) (Extrait Bac)

Une étude de l'INSEE a listé l'évolution en France des salaires nets annuels moyens de 1990 à 2010.

En se servant des données de cette étude, on modélise l'évolution des salaires nets annuels moyens jusqu'en 2020 :

- Pour les hommes par h définie sur $[0; 30]$

$$\text{par } h(x) = 0,25x^3 + 2x^2 + 318x + 17865$$

- Pour les femmes par la f définie sur $[0; 30]$

$$\text{par } f(x) = 0,6x^3 - 13x^2 + 470x + 13324$$

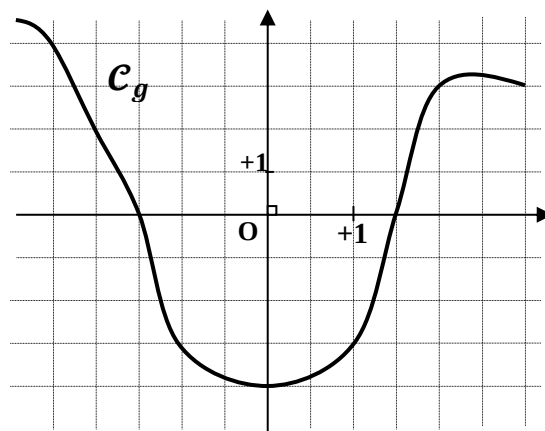
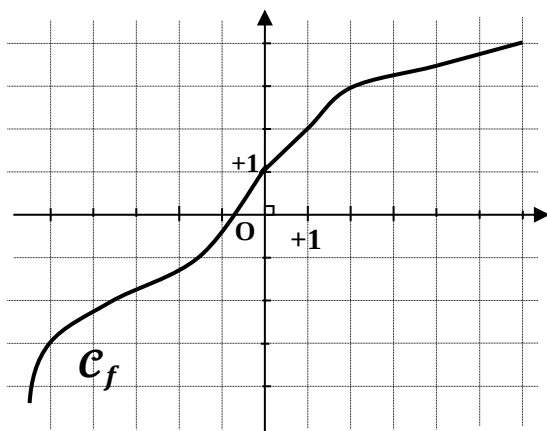
Ainsi, $h(0)$ désigne le salaire net annuel des hommes en 1990, $f(1)$ désigne le salaire net annuel des femmes en 1991, etc.

a. Calculer $h(15)$ et $f(15)$ puis interpréter les résultats.

b. Calculer l'écart des salaires nets annuels moyens prévus par ce modèle entre les hommes et les femmes en 2020.

Exercice 2 : Point sur une courbe

1) On donne les représentations graphiques $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ des fonctions f et g



a) Déterminer graphiquement $f(-5)$; $f(4)$ et $f(0)$

b) Les points $A(-5; -3)$ et $B(5; 4)$ semblent-ils appartenir à la courbe $\mathcal{C}_f$? Justifier

c) Déterminer graphiquement $g(0)$; $g(-2)$ et $g(1)$

d) Les points $C(-0,5 ; -2)$ et $D(1,5 ; 0)$ semblent-ils appartenir à la courbe $\mathcal{C}_g$? Justifier

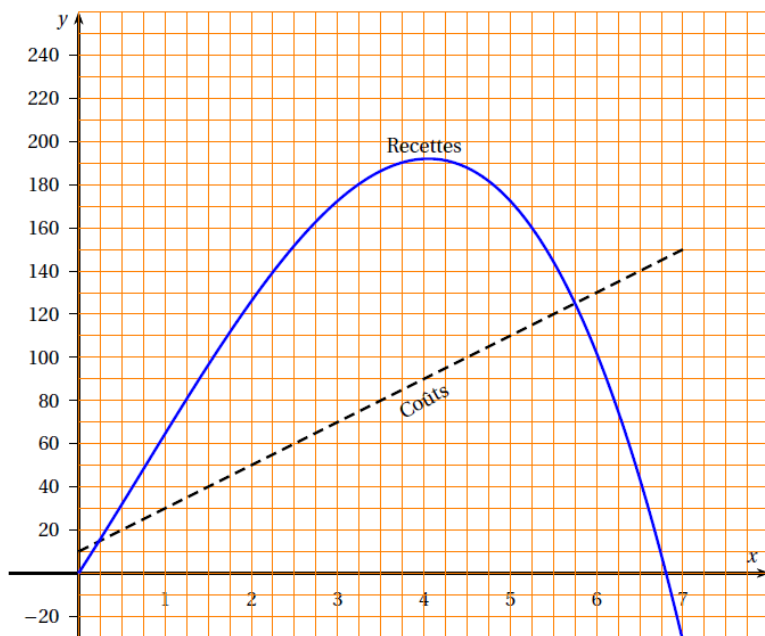
Dans un contexte

2) Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique donné ci-contre sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.

On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.

Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

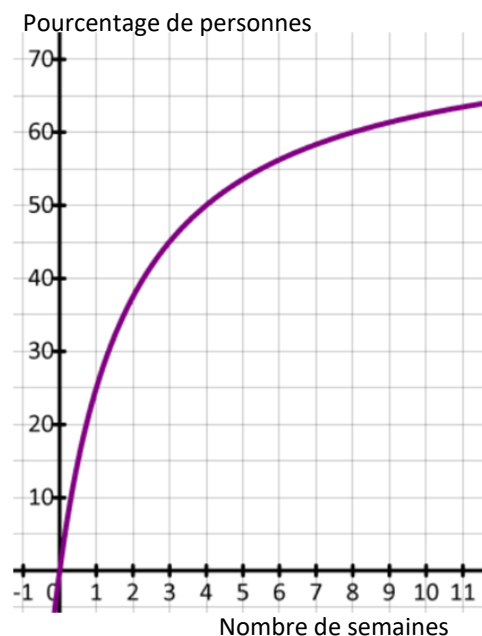


- Quelle est la recette pour une fabrication de 200 coques ?
- Quel est le coût pour une fabrication de 200 coques ?
- En déduire le bénéfice pour une fabrication de 200 coques ?

3) Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

Une étude montre qu'après x semaines de campagne publicitaire, le pourcentage de personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est modélisé par une fonction f dont on donne la représentation graphique ci-contre. L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelle marque de boissons est qu'au moins 70 % des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

Peut-on affirmer qu'après 10 semaines de publicité, l'objectif fixé est atteint ? Justifier la réponse.

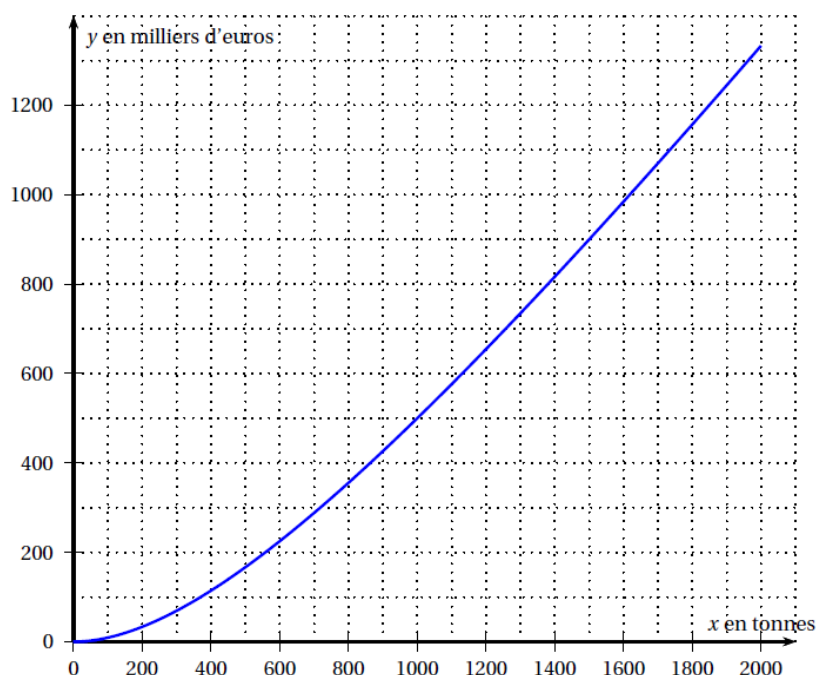


4) Pour une nouvelle mine de plomb, les experts d'une entreprise modélisent le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) avec la fonction C_A définie sur $[0 ; 2\,000]$ par :

$$C_A(x) = \frac{x^2}{x + 1000}$$

où x désigne la masse de plomb vendue, exprimée en tonnes.

La représentation graphique de cette fonction est tracée ci-contre.



- Quel est le chiffre d'affaires réalisé pour une production de 1 400 tonnes de plomb ?
- Quel est le chiffre d'affaires réalisé pour une production de 350 tonnes de plomb ?

5) Une entreprise fabrique des bouteilles en verre. La production quotidienne, exprimée en tonnes, varie entre 0 et 10.

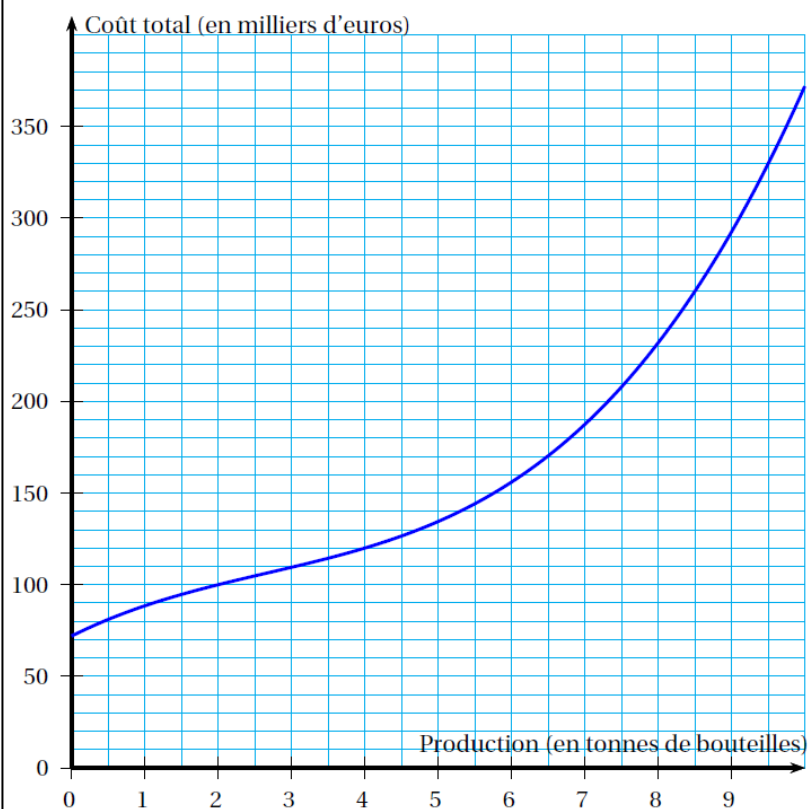
Pour l'entreprise, le coût correspondant à la fabrication de x tonnes de bouteilles, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ 10]$ par :

$$f(x) = 0,5x^3 - 4x^2 + 20x + 72$$

On a représenté ci-dessous la fonction f dans un repère orthogonal du plan.

a. Déterminer, par lecture graphique, le coût correspondant à la fabrication d'une tonne de bouteilles.

b. Déterminer, par lecture graphique, le coût correspondant à la fabrication de 6 500 kg de bouteilles.

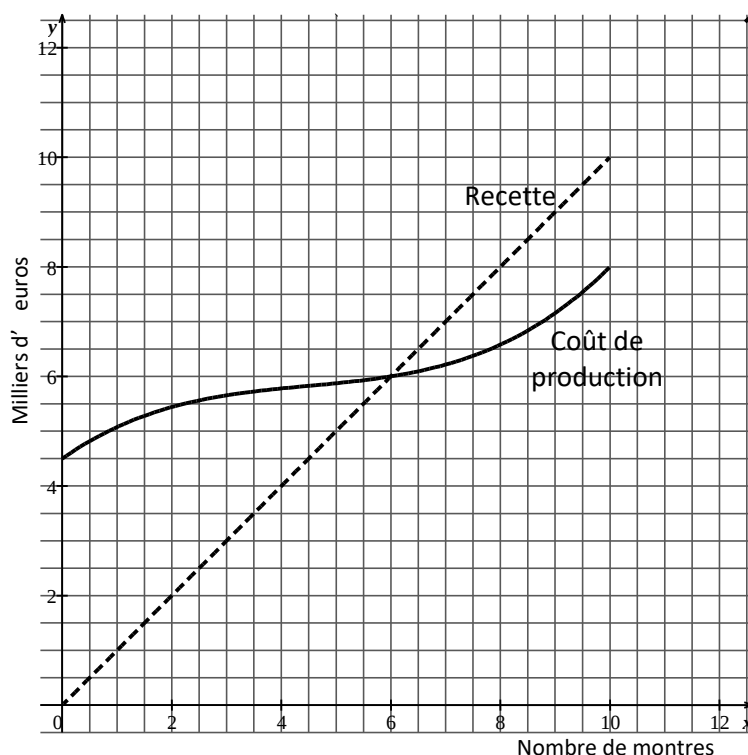


Ex. de synthèse n° 1

Monsieur Durand dirige une entreprise familiale qui fabrique des montres de luxe depuis cinquante ans. Il part à la retraite et confie l'entreprise à son fils Vincent. Dès la première semaine, Vincent demande à un collaborateur un compte rendu de l'activité journalière de l'usine ; celui-ci lui remet le document graphique ci-contre.

Partie 1 : En lisant graphiquement les deux courbes du document ci-contre, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le nombre maximum de montres produites en une journée ?
2. Quel est le coût de production de 5 montres ? de 8 montres ?
3. Quelle est la recette obtenue avec la vente de 5 montres ? de 8 montres ?
4. Quel est le bénéfice obtenu avec la vente de 5 montres ? de 8 montres ?



La semaine suivante, Vincent se demande s'il peut produire plus de montres à condition que l'usine reste bénéficiaire.

Il convoque son collaborateur qui lui remet le document ci-dessous, dressé à l'aide d'un tableur :

Partie 2 : En utilisant le tableau ci-contre, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le coût de production pour 5 montres ? pour 14 montres ?
2. Quelle est la recette pour 12 montres ?
3. Quel est le bénéfice pour 10 montres ? pour 6 montres ?

	A	B	C
1	Nombre de montres	Coût de production (en milliers d'euros)	Recette (en milliers d'euros)
2	0	4,5	0
3	1	5,075	1
4	2	5,44	2
5	3	5,655	3
6	4	5,78	4
7	5	5,875	5
8	6	6	6
9	7	6,215	7
10	8	6,58	8
11	9	7,155	9
12	10	8	10
13	11	9,175	11
14	12	10,74	12
15	13	12,755	13
16	14	15,28	14
17	15	18,375	15
18	16		16

La troisième semaine, Vincent se préoccupe de savoir combien il faut vendre de montres par jour pour que le bénéfice soit maximum. Cette fois-ci, le collaborateur décide de traiter le problème de façon algébrique.

Il propose de désigner par x , le nombre de montres vendues dans la journée, par $C(x)$ le coût de production de x montres et par $R(x)$ la recette pour x montres vendues. De plus, on a :

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,7x + 4,5$$

$$\text{et } R(x) = x.$$

Partie 3 : Dans cette partie, il s'agit de répondre aux questions suivantes de façon algébrique :

1. Calculer algébriquement le coût de production pour 16 montres, ainsi que le bénéfice réalisé
2. On désigne par $B(x)$, le bénéfice réalisé par l'entreprise dans une journée.
Montrer que $B(x) = -0,01x^3 + 0,135x^2 + 0,3x - 4,5$.