

Savoir SV.1 : Calculs de probabilités pour des variables aléatoires liées

Exemples de transformation d'évènements

X	$Y = 0,5X$
$(X \geq 12)$	
	$(Y < 8)$
	$(2 \leq Y \leq 10)$

D	$G = D - 30$
$(D \leq 105)$	
	$(G \geq 42)$
$(10 \leq D \leq 40)$	

Exemple de calculs de probabilités

Un club sportif organise 20 courses dans l'année.

Pour chaque course, il estime pour chacun de ses adhérents, que la probabilité qu'il y participe est de 30 %. Par ailleurs, il considère que le choix des adhérents de participer à une course est indépendant de sa participation aux autres courses.

On choisit un adhérent au hasard. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de courses auxquelles il participe au cours de l'année.

1. a. On admet que la variable X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.

b. Quelle est la probabilité que cet adhérent participe à plus de la moitié des courses ?

2. Le club reverse une partie de la recette de ces courses à une association d'aide aux personnes accidentées, notamment, pour chaque course suivie par un adhérent, il reverse 4 € à l'association.

On appelle M la variable aléatoire qui donne le montant reversé à l'association pour 1 adhérent.

On a donc $M = 4X$

a. Quel montant l'association peut-elle espérer recueillir en moyenne par adhérent sur une année ?

b. Calculer la probabilité que cette association reçoive entre 20€ et 40€ par adhérents à l'année.

Savoir SV.1 : Sommes de variables aléatoires

Exemple : Calcul d'espérance, de variance et d'écart-type

X d'espérance $E(X) = 15$, de variance $V(X) = 9$ et d'écart-type $\sigma(X) = 3$

Y d'espérance $E(Y) = 20$, de variance $V(Y) = 6$ et d'écart-type $\sigma(Y) = \sqrt{6}$

Z d'espérance $E(Z) = 7$, de variance $V(Z) = 1$ et d'écart-type $\sigma(Z) = 1$

Les variables X, Y et Z sont indépendantes 2 à 2.

	$A = X + Y$	$B = \frac{1}{2}Y - Z$
Espérance		
Variance		
Écart-type		

Exemples en contexte

Une agence de marketing a étudié la satisfaction des clients concernant le service clientèle à l'occasion de l'achat par internet d'un téléviseur.

Lorsqu'une commande de téléviseur est passée par un client, on considère que le temps de livraison du téléviseur est modélisé par une variable aléatoire T égale à la somme de deux variables aléatoires T_1 et T_2 .

La variable aléatoire T_1 modélise le nombre entier de jours pour l'acheminement du téléviseur depuis un entrepôt de stockage vers une plateforme de distribution.

La variable aléatoire T_2 modélise le nombre entier de jours pour l'acheminement du téléviseur depuis cette plateforme jusqu'au domicile du client.

On admet que les variables aléatoires T_1 et T_2 sont indépendantes, et on donne :

- L'espérance $E(T_1) = 4$ et la variance $V(T_1) = 2$;
- L'espérance $E(T_2) = 3$ et la variance $V(T_2) = 1$.

Déterminer l'espérance $E(T)$ et la variance $V(T)$ de la variable aléatoire T .

Savoir SV.1 : Sujet Métropole 2024

Une société demande à un institut de sondage de faire une enquête sur le profil de ses clients réguliers. L'institut a élaboré un questionnaire en ligne constitué d'un nombre variable de questions.

On choisit au hasard un échantillon de 1 000 clients réguliers, à qui le questionnaire est proposé. On considère que ces 1 000 clients répondent.

- Pour les remercier, la société offre un bon d'achat à chacun des clients de l'échantillon. Le montant de ce bon d'achat dépend du nombre de questions posées au client.
- La société souhaite récompenser particulièrement les clients de l'échantillon qui ont acheté une carte de fidélité et, en plus du bon d'achat, offre à chacun d'eux une prime d'un montant de 50 euros versée sur la carte de fidélité.

On note Y_1 la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 1 000 clients réguliers, associe le total, en euros, des montants du bon d'achat des 1 000 clients.

On admet que son espérance $E(Y_1)$ est égale à 30 000 et que sa variance $V(Y_1)$ est égale à 100 000.

On note X_2 la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 1 000 clients réguliers, associe le nombre de clients ayant acheté la carte de fidélité parmi eux, et on note Y_2 la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 1 000 clients, associe le total, en euros, des montants de la prime de fidélité versée.

On admet que X_2 suit la loi binomiale de paramètres 1 000 et 0,47 et que $Y_2 = 50X_2$.

1. Calculer l'espérance $E(X_2)$ de la variable X_2 et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

On note $Y = Y_1 + Y_2$ la variable aléatoire égale au total général, en euros, des montants offerts (bon d'achat et prime de fidélité) aux 1 000 clients. On admet que les variables aléatoires Y_1 et Y_2 sont indépendantes.

On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{Y}{1000}$.

2. Préciser ce que modélise la variable Z dans le contexte de l'exercice.

Vérifier que son espérance $E(Z)$ est égale à 53,5 et que sa variance $V(Z)$ est égale à 0,72275.