

Corrigé Exercice 18

1) a) $\mathcal{P}: \begin{cases} x = 1 + 2t + t' \\ y = -2 - 3t - 2t' \\ z = 3 + t + t' \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$

b) Par exemple, pour $t = 1$ et $t' = 0$ on trouve $M(3; -5; 4)$ ou alors, pour $t = 0$ et $t' = 1 \Rightarrow P(2; -4; 4) \dots$

c) On cherche à résoudre $\begin{cases} 2 = 1 + 2t + t' \\ -3 = -2 - 3t - 2t' \\ 3 = 3 + t + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 - 2t \\ -3 = -2 - 3t - 2(1 - 2t) \\ 3 = 3 + t + (1 - 2t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 - 2t \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases}$

Le système a une solution, donc le **point B appartient au plan $\mathcal{P}$**

On cherche à résoudre $\begin{cases} 0 = 1 + 2t + t' \\ -1 = -2 - 3t - 2t' \\ 2 = 3 + t + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 - 2t \\ -1 = -3t + 4t \\ 2 = 3 + t + (-1 - 2t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 - 2t \\ t = -1 \\ t = 0 \end{cases}$

Le système n'a pas de solution, donc le **point C n'appartient PAS au plan $\mathcal{P}$**

2) a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ or a $\frac{x_{\overrightarrow{AB}}}{x_{\overrightarrow{AC}}} = 3$; $\frac{y_{\overrightarrow{AB}}}{y_{\overrightarrow{AC}}} = 2 \neq 3$

Donc les vecteurs ne sont pas colinéaires : les points A, B et C ne sont pas alignés et forment donc un plan.

b) Plan (ABC) passant par A et dirigé par $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ donc $\mathcal{P}: \begin{cases} x = 1 - 3t - t' \\ y = 3 - 4t - 2t' \\ z = 5 - 4t - 3t' \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$

c) Ce plan est aussi dirigé par $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ donc $\Pi: \begin{cases} x = 2 - 3t - t' \\ y = -3 - 4t - 2t' \\ z = -4t - 3t' \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$

Corrigé Exercice 19

1) a) Le point $M(0; 4; -3)$ appartient au plan $\mathcal{P}$, et les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ sont 2 vecteurs directeurs

b) Les points $A(4; 5; -8)$ et $B(-6; 1; -9)$ appartiennent-ils à ce plan $\mathcal{P}$?

On cherche à résoudre $\begin{cases} 4 = 2t - t' \\ 5 = 4 + t \\ -8 = -3 + 3t + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2 - t' \\ t = 1 \\ -8 = -3 + 3 + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -2 \\ t = 1 \\ t' = -2 \end{cases}$

Le système a une solution, donc le **point A appartient au plan $\mathcal{P}$**

On cherche à résoudre $\begin{cases} -6 = 2t - t' \\ 1 = 4 + t \\ -9 = -3 + 3t + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -6 - t' \\ t = -3 \\ -9 = -3 - 9 + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t = -3 \\ t' = \frac{3}{4} \end{cases}$

Le système n'a pas de solution, donc le **point B n'appartient PAS au plan $\mathcal{P}$**

2) Le plan $\mathcal{P}$ passe par le point $A(1; 1; -2)$ et est dirigé par $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$.

On remarque que $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$ donc les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires. La droite est parallèle au plan $\mathcal{P}$, et comme elle passe par un point de $\mathcal{P}$, elle est bien incluse dans $\mathcal{P}$

Corrigé Exercice 20

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}$

2) a) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IE} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AG} \quad \text{CQFD}$

b) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IE} = 3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AG} = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AG}\right) + \overrightarrow{AG} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{IE} = -\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{ID} \quad \text{CQFD}$

3) a) Les vecteurs $\overrightarrow{IE}$, $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont coplanaires, donc les points **I, B, D et E sont coplanaires**

b) On sait que $E \in (IBD)$ donc :

Sur la face ABCD : trace [BD]

Sur la face ABFE : trace [BE]

Sur la face ADHE : trace [ED]

La section est le triangle BED

