

1^e STL - Programme spécialité Maths-physique

Trigonométrie

Contenus

- Cercle trigonométrique, radian.
- Mesures d'un angle orienté, mesure principale.
- Fonctions circulaires sinus et cosinus : périodicité, variations, parité.
Valeurs remarquables en $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}; \pi$
- Fonctions $t \mapsto A \cos(\omega t + \phi)$ et $t \mapsto A \sin(\omega t + \phi)$: amplitude, périodicité, phase à l'origine, courbes représentatives.

Capacités attendues

- Effectuer des conversions de degré en radian, de radian en degré.
- Résoudre, par lecture sur le cercle trigonométrique, des équations du type $\cos(x) = a$ et $\sin(x) = a$.
- Connaître et utiliser les relations entre sinus et cosinus des angles associés : x ; $-x$; $\pi - x$; $\pi + x$; $\frac{\pi}{2} - x$ et $\frac{\pi}{2} + x$
- Utiliser ces relations pour justifier les propriétés de symétrie des courbes des fonctions circulaires.

Commentaires

- On vise une bonne familiarisation des élèves avec les fonctions trigonométriques, en appui sur le cercle trigonométrique.
- Les élèves sont entraînés à mémoriser certains résultats sous forme d'images mentales basées sur le cercle trigonométrique.
- En lien avec la physique, on utilise le vocabulaire « phase instantanée » pour désigner l'expression $(\omega t + \phi)$ et « phase à l'origine » pour le paramètre ϕ .

Liens avec l'enseignement de physique-chimie

Grandeurs physiques associées à une onde mécanique sinusoïdale : amplitude, période, fréquence.

Produit scalaire

Contenus

- Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$ où θ est une mesure de l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$; si $\vec{u}$ ou $\vec{v}$ est nul, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- Projection orthogonale d'un vecteur sur un axe.
- Interprétation du produit scalaire en termes de projections orthogonales (du vecteur $\vec{u}$ sur l'axe dirigé par $\vec{v}$ ou du vecteur $\vec{v}$ sur l'axe dirigé par $\vec{u}$).
- Propriétés du produit scalaire : bilinéarité, symétrie.
- Expressions, dans une base orthonormée, du produit scalaire de deux vecteurs, de la norme d'un vecteur.
- Caractérisation de l'orthogonalité.
- Théorème d'Al-Kashi, égalité du parallélogramme.

Capacités attendues

- Calculer la projection d'un vecteur sur un axe.
- Interpréter $\|\vec{u}\| \cos(\theta)$ en termes de projection

- Utiliser un produit scalaire pour démontrer l'orthogonalité de deux vecteurs, pour calculer un angle non orienté.
- Utiliser un produit scalaire pour calculer des longueurs.

Commentaires

- Les situations de géométrie repérée sont uniquement traitées dans un repère orthonormé.
- Le théorème d'Al-Kashi est présenté comme une généralisation du théorème de Pythagore.

Liens avec l'enseignement de physique-chimie

L'étude du travail d'une force lors d'un mouvement rectiligne permet de réinvestir la notion de produit scalaire et de projection d'un vecteur sur un axe. On démontre que le travail d'une force perpendiculaire à la trajectoire est nul ou encore que le travail de la force résultante est la somme des travaux des forces en présence (illustration de la propriété de bilinéarité du produit scalaire).

Dérivées

Contenus

Point de vue local

- Notations : $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_{x_0}$, $\frac{dy}{dx}(x_0)$, $\frac{df}{dx}(x_0)$, $f'(x_0)$
- Approximation affine d'une fonction au voisinage d'un point.

Point de vue global

Calcul des dérivées :

- d'une somme, d'un produit, de l'inverse, d'un quotient ;
- de $x \mapsto x^n$ pour n entier naturel non nul ; $x \mapsto \frac{1}{x}$
- d'un polynôme ;
- des fonctions cosinus et sinus ;
- de $x \mapsto f(ax + b)$, $t \mapsto A \cos(\omega t + \phi)$ et $t \mapsto A \sin(\omega t + \phi)$.

Capacités attendues

- Utiliser les différentes notations du taux de variation et du nombre dérivé en un point.
- Effectuer des calculs approchés à l'aide de l'approximation affine en un point.
- Calculer une fonction dérivée.
- Étudier le sens de variation d'une fonction.

Commentaires

- Pour la fonction $x \mapsto x^n$, on généralise les résultats étudiés pour $n = 2$ et $n = 3$ dans le cadre de l'enseignement commun.
- On fait remarquer la forme unifiée de l'expression de la dérivée de $x \mapsto x^n$ pour $n \geq -1$ comme moyen mnémotechnique.
- Pour la dérivée d'un produit, on présente le principe de la démonstration à partir du taux de variation.
- Le résultat pour le quotient est admis à ce stade. Il pourra être démontré en terminale à partir de la composition.

Liens avec l'enseignement de physique-chimie

- Si la relation $y = f(x)$ traduit une dépendance entre deux grandeurs, les notations $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_{x_0}$, $\frac{dy}{dx}(x_0)$ ou $\frac{df}{dx}(x_0)$ favorisent l'interprétation du nombre dérivé comme taux de variation infinitésimal.

- L'approximation affine de f au voisinage de x_0 permet de calculer, au premier ordre, l'accroissement de la grandeur $y = f(x)$ en fonction de celui de la grandeur x : $\Delta y = f'(x_0)\Delta x$
- Cas particulier où la variable est le temps : lien entre nombre dérivé et vitesse, coordonnées du vecteur vitesse, accélération ; vitesse d'apparition d'un produit, de disparition d'un réactif.

Primitives

Contenus

- Définition d'une primitive.
- Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante.
- Primitives d'un polynôme.
- Primitives des fonctions $t \mapsto A \cos(\omega t + \phi)$ et $t \mapsto A \sin(\omega t + \phi)$
- Exemples de calcul approché d'une primitive par la méthode d'Euler.

Capacités attendues

- Calculer des primitives.
- Construire point par point, par la méthode d'Euler, une approximation de la courbe représentative de la solution d'un problème de Cauchy du type : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$.

Commentaires

- Le théorème affirmant que deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante est admis mais commenté : on peut justifier par un argument cinématique qu'une fonction de dérivée identiquement nulle est constante ou encore, par un argument géométrique, que deux fonctions ayant en tout point le même nombre dérivé ont des « courbes parallèles », l'une étant obtenue à partir de l'autre par une translation verticale.
- Pour la méthode d'Euler, on prend une fonction dont l'expression explicite d'une primitive n'est pas connue à ce stade (par exemple $t \mapsto \frac{1}{t}$ ou $t \mapsto \frac{1}{1+t^2}$).

Liens avec l'enseignement de physique-chimie

- Exploiter une loi de vitesse donnée en fonction du temps pour construire une approximation des positions par incréments de temps. Expliquer l'influence de la valeur des incréments de temps.
- Calculer la loi horaire à partir de la vitesse ou de l'accélération dans le cas d'un mouvement à accélération constante.
- Établir la loi d'évolution de la vitesse et de la position en fonction du temps dans le cas du modèle de la chute libre verticale.

Situation algorithmique

Construire différents points d'une approximation de courbe intégrale par la méthode d'Euler.