

2. Exercices de bac – CORRECTIONS

Exercice 1 : VRAI FAUX - CORRECTION

1. On choisit d'abord les 3 filles sans remise parmi les 18 puis les 3 garçons parmi les 14.
Le nombre d'équipes possibles est alors : $\binom{18}{3} \times \binom{14}{3} = 297\,024$.
L'affirmation 1 est VRAIE.
2. Le nombre de triplets d'éléments distincts de E est $7 \times 6 \times 5 = 210$.
Le nombre de combinaisons à 4 éléments est $\binom{10}{4} = 210$.
L'affirmation 2 est FAUSSE.
3. Il y a 9 choix pour le 1^{er} chiffre, puis 9 à nouveau pour le 2^e puis 8 puis 7.
Cela donne $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$ codes possibles.
L'affirmation 3 est FAUSSE.
4. On choisit 2 filles parmi 14 puis 2 garçons parmi 10.
Cela donne $\binom{14}{2} \times \binom{10}{2} = 7 \times 13 \times 5 \times 9 = 4\,095$ possibilités.
L'affirmation 4 est FAUSSE.
5. On compte les couples de joueurs, avec le 1^{er} choisi parmi 22 et le 2^e choisi parmi 25.
Cela fait $22 \times 25 = 550$ poignées de main.
L'affirmation 5 est FAUSSE.
6. On choisit 3 concurrents parmi 18 : $\binom{18}{3} = 816$ podiums possibles.
L'affirmation 6 est FAUSSE.
7. Jacques a 3 possibilités (1^{re}, 2^e ou 3^e position), puis il y a $6 \times 5 = 30$ possibilités pour les autres positions sur le podium. Cela fait donc $3 \times 30 = 90$ podiums différents.
L'affirmation 7 est VRAIE.
8. Il y a 2 places parmi 5 pour placer les E puis il reste 3 places, puis 2 places, puis 1 place pour les trois autres lettres. Cela fait donc $\binom{5}{2} \times 3 \times 2 \times 1 = 10 \times 6 = 60$ anagrammes
L'affirmation 8 est FAUSSE.
9. Un cube $ABCDEFGH$ possède 8 sommets. On s'intéresse au nombre N de segments que l'on peut construire en reliant 2 sommets distincts quelconques du cube.
On choisit 2 sommets parmi 8 pour obtenir un segment, cela fait $\binom{8}{2} = 4 \times 7 = 28$ segments possibles, alors que $\frac{8^2}{2} = 32$.
L'affirmation 9 est FAUSSE.

Exercice 2 : Sujet 1 – CORRECTION

1. Il y a au total $8^3 = 512$ tirages possibles.
2.
 - a. Il y a $8 \times 7 \times 6 = 336$ tirages sans répétition de numéro.
 - b. Il y a au total 512 tirages possibles avec répétition éventuelle de numéro (certains sans, certains avec au moins une).
Il y a donc $512 - 336 = 176$ tirages contenant au moins une répétition de numéro.
2. La loi de probabilité de X_1 est donnée par : $\forall k \in \{1; \dots; 8\} : p(X_1 = k) = \frac{1}{8}$.
3. $E(X_1) = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \dots + \frac{8}{8} = \frac{1}{8}(1 + 2 + \dots + 8) = \frac{1}{8} \times 8 \times \frac{1+8}{2} = 4,5$.
4. X_2 et X_3 ont la même loi de probabilité que X_1 donc
 $E(S) = E(X_1 + X_2 + X_3) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times 4,5 = 13,5$.
5. Il n'y a qu'une façon d'obtenir $S = 24$: c'est en obtenant 8 à chaque tirage.
On a alors : $P(S = 24) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{512}$.
6.
 - a. Un seul tirage permet d'obtenir 24.
Pour obtenir 23, il faut deux 8 et un 7, ce qui donne 3 tirages possibles.
Pour obtenir 22, il faut un 8 et deux 7 (3 tirages) ou deux 8 et un six (3 tirages).
Cela fait donc bien 10 tirages possibles pour obtenir un lot.
 - b. La probabilité de gagner un lot est donc $\frac{10}{512} = \frac{5}{256}$.

Exercice 3 : Sujet 2 – CORRECTION

1. Il y a $64^4 = 16\,777\,216$ séquences possibles.
2. Il y a alors $64 \times 63 \times 62 \times 61 = 15\,249\,024$ séquences possibles
3.
 - a. Sans lettre A majuscule, cela fait alors $63^4 = 15\,752\,961$ séquences.
 - b. Il y a donc $16\,777\,216 - 15\,249\,024 = 1\,024\,255$ séquences comportant au moins une lettre A majuscule.
 - c. Il y a $1 \times 63^3 = 250\,047$ séquences comportant un A en 1^{re} position.
De même, il y en a la même quantité avec un A en 2^e position, en 3^e position puis en 4^e position.
Il y a donc en tout $4 \times 250\,047 = 1\,000\,188$ séquences comportant un seul A.
Autre méthode : On choisit d'abord la position du A parmi les 4 possibles : il y a $\binom{4}{1} = 4$ possibilités.
Puis on choisit les 3 autres lettres (à chaque fois 63 possibilités), d'où le calcul 4×63^3 .
 - d. On choisit les positions des deux lettres A parmi les 4 possibles : il y a $\binom{4}{2} = 6$ possibilités, puis les 2 autres lettres. Cela donne en tout $6 \times 63^2 = 23\,814$ séquences comportant exactement deux fois la lettre A majuscule.

Exercice 4 : Sujet 3 – CORRECTION

1. Il y a 60 possibilités pour a puis 59 pour c , cela donne $60 \times 59 = 3\,540$ couples $(a; c)$ différents.
2. L'évènement M a lieu $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow 4 - 4ac > 0 \Leftrightarrow 4qc < 4 \Leftrightarrow ac < 1$ CQFD.
3. On ne peut jamais avoir $ac = 1$ ou $ac = 0$. Pour avoir $ac < 1$, il faut en fait avoir $ac < 0$.
Pour obtenir un produit négatif, il faut que a et c soient de signes différents.
Donc on a alors 60 possibilités de choix pour a et alors seulement 30 possibilités pour c du signe opposé à a . Cela donne $60 \times 30 = 1800$ possibilités.
L'évènement contraire M comporte donc $3540 - 1800 = 1740$ issues.
4. On a donc $p(M) = \frac{1800}{3540} \simeq 0,51$. Il y a environ 51% de chances que l'équation $ax^2 + 2x + c = 0$ possède deux solutions réelles distinctes.