

Exercices "type bac"

Exercice n°1

Une entreprise fabrique des billes en bois sphériques grâce à deux machines de production A et B. L'entreprise considère qu'une bille peut être vendue uniquement lorsque son diamètre est compris entre 0,9 cm et 1,1 cm.

Une étude du fonctionnement des machines a permis d'établir les résultats suivants :

- 96% de la production journalière est vendable.
- La machine A fournit 60% de la production journalière.
- La proportion de billes vendables parmi la production de la machine A est 98%.

On choisit une bille au hasard dans la production d'un jour donné. On définit les événements suivants :

A : « la bille a été fabriquée par la machine A » ;

B : « la bille a été fabriquée par la machine B » ;

V : « la bille est vendable ».

1. Déterminer la probabilité que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.
2. Justifier que $P(B \cap V) = 0,372$ et en déduire la probabilité que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.
3. Un technicien affirme que 70% des billes non vendables proviennent de la machine B. A-t-il raison ?

Exercice n°2

Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont affectés par une certaine maladie.

Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie.

Ce test a les caractéristiques suivantes :

- Pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20 % des cas ;
- Pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1 % des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.

On considère les événements suivants :

- M « la personne est malade » ;
- T « le test est positif ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $M \cap T$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif, et de 0,0653.
3. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?
4. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Exercice n°3

La chocolaterie « Choc'o » fabrique des tablettes de chocolat noir, de 100 grammes, dont la teneur en cacao annoncée est de 85%.

À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc.

La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :

- la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
- la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.

À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on note :

A l'évènement : « la tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication A » ;

C l'évènement : « la tablette de chocolat est commercialisable ».

On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.

1. Montrer que $P(C) = 0,03x + 0,95$.

2. À l'issue de la production, on constate que 96% des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.

Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.

Exercice n°4

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs.

Parmi les 1 200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.

Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

- A l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A » ;
- B l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » ;
- V l'évènement « La personne interrogée dit la vérité ».

1. Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.

2. a. Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

b. Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A. Arrondir à 10^{-4} .

3. Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.

Exercice n°5

Les résultats seront arrondis au millième si besoin.

Une scierie produit des planches en chêne, en sapin ou en bois de hêtre pour fabriquer des parquets massifs. Il existe deux qualités de planche : les planches déclassées (de moins bonne qualité) et les planches de premier choix (de qualité supérieure). On sait que :

- 20% des planches produites sont en chêne,
- 66% des planches sont en sapin,
- les autres sont en bois de hêtre.

De plus, 46% des planches en chêne, 25% des planches en sapin et 45% des planches en hêtre sont déclassées. On choisit une planche au hasard dans la production de la scierie, et on définit les événements suivants :

- C : « la planche est en chêne » ;
- S : « la planche est en sapin » ;
- T : « la planche est en bois de hêtre » ;
- D : « la planche est déclassée ».

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité
2.
 - a. Calculer la probabilité que la planche soit une planche en chêne déclassée.
 - b. Montrer qu'il y a 32% de chances que la planche soit déclassée.
 - c. Quelle est la probabilité qu'une planche déclassée soit en chêne ?
3. La scierie désire diminuer la probabilité de produire une planche déclassée. Elle décide de ne produire que du chêne et du sapin.
Quelle doit être la probabilité de produire une planche en chêne pour que la probabilité de produire une planche déclassée soit inférieure à 28% ?

Exercice n°6

Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} près.

Une chaîne de magasins souhaite fidéliser ses clients en offrant des bons d'achat à ses clients privilégiés. Chacun d'eux reçoit un bon d'achat de couleur verte ou rouge sur lequel est inscrit un montant. Les bons d'achats sont distribués de façon à avoir, dans chaque magasin, un quart de bons rouges et trois quarts de bons verts.

Les bons d'achat verts prennent la valeur de 30 euros avec une probabilité égale à 0,067 ou des valeurs comprises entre 0 et 15 euros avec des probabilités non précisées ici.

De façon analogue, les bons d'achat rouges prennent les valeurs 30 ou 100 euros avec des probabilités respectivement égales à 0,015 et 0,010 ou des valeurs comprises entre 10 et 20 euros avec des probabilités non précisées ici.

1. Calculer la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros sachant qu'il est rouge.
2. Montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros vaut 0,057.