

Corrections Ed

Corrigé Savoir Ed.1

$$1) \text{ a. } F'(x) = \frac{2(x+3)-(2x-1)\times 1}{(x+3)^2} = \frac{2x+6-2x+1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} = f(x)$$

Donc F est bien une primitive de f

$$\text{b. On sait que } \varphi(x) = F(x) + k = \frac{2x-1}{x+3} + k$$

$$\text{et on veut } \varphi(1) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{2-1}{1+3} + k = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} + k = \frac{3}{4} \Leftrightarrow k = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{On a donc } \varphi(x) = \frac{2x-1}{x+3} + \frac{1}{2}$$

$$2) \text{ a. } a'(t) = 2te^{-t} + t^2(-e^{-t}) = (-t^2 + 2t)e^{-t} = t(-t + 2)e^{-t} = b(t)$$

Donc a est bien une primitive de b .

b. Les primitives B de la fonction b sont sous la forme **$B(t) = t^2e^{-t} + k$, avec $k \in \mathbb{R}$**

Corrigé Savoir Ed.2

$$f(x) = 1 + x - 4x^4$$

$$F(x) = x + \frac{x^2}{2} - \frac{4}{5}x^5$$

$$g(t) = \frac{1}{t^2} + 2 \cos t - \frac{1}{t}$$

$$G(t) = -\frac{1}{t} - 2 \sin t - \ln t$$

$$h(t) = 2e^t - \frac{1}{5t^2} + \frac{2t^2}{3}$$

$$H(t) = 2e^t + \frac{1}{5t} + \frac{2}{3} \times \frac{t^3}{3}$$

$$H(t) = 2e^t + \frac{1}{5t} + \frac{2}{9}t^3$$

$$a(x) = \frac{(2-x)(x^2-1)}{x^2} = \frac{2x^2-2-x^3+x}{x^2} = 2 - \frac{2}{x^2} - x + \frac{1}{x}$$

$$A(x) = 2x + \frac{2}{x} - \frac{x^2}{2} + \ln x$$

Corrigé Savoir Ed.3

$$f(x) = \frac{3}{1-2x}$$

$$F(x) = \frac{3}{-2} \ln(1-2x)$$

$$g(t) = 6e^{3t-1}$$

$$G(t) = \frac{6}{3}e^{3t-1}$$

$$G(t) = 2e^{3t-1}$$

$$h(t) = \frac{t^2}{1-t^3}$$

$$H(t) = \frac{1}{-3} \ln(1-t^3)$$

$$k(x) = \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$$

$$K(x) = -\frac{1}{1+\sin x}$$

Corrigé Savoir Ed.4

1) $y' = f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} \neq \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow$ **La fonction f n'est pas solution de l'équation différentielle (E_1)**

2) D'une part : $xy' = xg'(x) = x(1e^x + xe^x) = x(x+1)e^x$

D'autre part : $(1+x)y = (1+x)g(x) = (1+x)xe^x$ Il y a égalité

La fonction g est solution de l'équation différentielle (E_2)

3) D'une part : $xy' = xh'(x) = x(1+2x) = x+2x^2$

D'autre part : $(1+x)y = (1+x)h(x) = (1+x)(x+x^2) = x+2x^2+x^3 \neq xy'$

La fonction h n'est pas solution de l'équation différentielle (E_2)

Corrigé Savoir Ed.5

1) $(E_1) : y' + \frac{2}{x} = 1 \Leftrightarrow y' = 1 - \frac{2}{x} \Leftrightarrow y = x - 2 \ln x + k \Rightarrow$ **$S_1 = \{x - 2 \ln x + k, \text{avec } k \in \mathbb{R}\}$**

2) $(E_2) : y' = -\frac{1}{3}y \Leftrightarrow y = ke^{-\frac{1}{3}x} \Rightarrow$ **$S_2 = \{ke^{-\frac{1}{3}x}, \text{avec } k \in \mathbb{R}\}$**

3) Ensemble des solutions de $(E_3) : 3y' - 6y = 0 \Leftrightarrow y' = 2y$ donc **$S_3 = \{ke^{2x}, \text{avec } k \in \mathbb{R}\}$**

Donc $f(x) = ke^{2x}$ et $f(-3) = 1 \Leftrightarrow ke^{2 \times (-3)} = 1 \Leftrightarrow ke^{-6} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{e^{-6}} = e^6$

$f(x) = e^6 e^{2x} =$ **e^{2x+6}**