

# Corrections Savoir Fr. 5

## Corrigé Exercice 14

1) • a)  $\frac{1}{e}$     b)  $\frac{1}{e^{3x}}$     c)  $\frac{1}{e^{-x+4}}$     d)  $\frac{1}{e^{x+1}}$     • e)  $e^{-2x}$     f)  $e^{-2}$     g)  $e^{2x+1}$     h)  $e^{-x+4}$

2) • a)  $e^{3x} \times e^2$     b)  $\frac{e}{e^{3x}}$     c)  $e^{x^2}e^x$     d)  $\frac{e^x}{e^{3x^2}}$   
 • e)  $e^{x+2}$     f)  $e^{2x-1}$     g)  $e^{x^2-1+2-x} = e^{x^2-x+1}$     h)  $e^{x-3-4-x} = e^{-7} = \frac{1}{e^7}$

3) • a)  $(e^x)^2$     b)  $(e^{x^2})^3$     c)  $(e^{-1})^3 = \left(\frac{1}{e}\right)^3 = \frac{1}{e^3}$     d)  $e^{3(x+1)} = (e^{x+1})^3$   
 • e)  $e^{5x}$     f)  $e^{3(x+2)} = e^{3x+6}$     g)  $e^{-2x}$     h)  $16e^{2x}$

## Corrigé Exercice 15

$E = e^3$      $F = e^{x+2-2} = e^x$      $G = e^x \times e^1 = e^{x+1}$      $H = e^{x+x-1} = e^{2x-1}$

$I = \frac{e^{-4}}{e^{-6}} = e^2$      $J = e^{x+2+x} = e^{2x+2}$      $K = e^{x-1+x} = e^{2x-1}$

$M = \frac{e^{2x}}{e^x} + \frac{e^x}{e^x} = \frac{(e^x)^2}{e^x} + 1 = e^x + 1$      $L = e^{3x}e^{-4x} = e^{-x} = \frac{1}{e^x}$      $N = e^{2x-1-3x+2} = e^{-x+1}$

## Corrigé Exercice 16

1)  $f(x) = 3e^0 + e^{4x} = 3 + e^{4x}$

$g(x) = e^{-x}e^x - e^{-x} + e^x - 1 = e^0 - e^{-x} + e^x - 1 = e^x - e^{-x}$

$h(x) = e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} - e^{2x} - e^{-2x} = 2$

$i(x) = e^{2x} + 2e^x + 1 - (e^{-2x} - 2e^{-x} + 1) = e^{2x} - e^{-2x} + 2e^x + 2e^{-x}$

2)  $E = (e^x)^2 + 3e^x = e^x(e^x + 3)$

$F = e^x(4e^x + 4 + e^{-x})$

$G = (e^x)^2 - 1 = (e^x + 1)(e^x - 1)$

$H = e^x(x - e^{2x})$

## Corrigé Exercice 17

1)  $B^2 - 2A = \left((x+1)e^{-\frac{x}{2}}\right)^2 - 2(xe^{-x}) = (x+1)^2 e^{-2 \times \frac{x}{2}} - 2xe^{-x} = (x^2 + 2x + 1)e^{-x} - 2xe^{-x}$   
 $= (x^2 + 2x + 1 - 2x)e^{-x} = (x^2 + 1)e^{-x} = \frac{x^2+1}{e^x}$     CQFD

2)  $f(x) - g(x) = e^x + e^{2x} - (e^x - e^{-2x}) = e^x + e^{2x} - e^x + e^{-2x} = e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}} = \frac{e^{4x}}{e^{2x}} + \frac{1}{e^{2x}} = \frac{1+e^{4x}}{e^{2x}}$     CQFD

D'une part  $f(x)g(x) = (e^x + e^{2x})(e^x - e^{-2x}) = e^{2x} - e^{-x} + e^{3x} - 1$

Et d'autre part  $\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1) = e^{3x} - 1 + \frac{e^{3x}}{e^x} - \frac{1}{e^x} = e^{3x} - 1 + e^{2x} - e^{-x}$

On a bien  $f(x)g(x) = \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1)$

**3)** on multiplie numérateur et dénominateur par  $e^x$  :  $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^x + \frac{1}{e^x}}{e^x - \frac{1}{e^x}} = \frac{e^x \left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)}{e^x \left(e^x - \frac{1}{e^x}\right)} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$

**4)** On a  $A + 1 = \frac{e^x}{1 - e^x} + 1 = \frac{e^x + 1 - e^x}{1 - e^x} = \frac{1}{1 - e^x}$  Donc  $\frac{1}{A+1} = 1 - e^x$

Et  $\left(\frac{1}{A+1}\right)^2 = (1 - e^x)^2 = 1 - 2e^x + e^{2x} = e^x(e^{-x} - 2 + e^x)$  CQFD

**5)**  $\frac{1 + e^{2x}}{1 - e^x} = \frac{1 + (e^x)^2}{1 - e^x} = \frac{e^x(e^{-x} + e^x)}{e^x(e^x - 1)} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - 1}$

Remarque : Il peut être plus simple, pour ne pas avoir à factoriser, de partir du deuxième membre de l'égalité,

en multipliant :  $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - 1} = \frac{e^x(e^x + e^{-x})}{e^x(e^x - 1)} = \frac{e^{2x} + 1}{1 - e^x}$