

Sujet blanc d'entraînement - Corrigé

Corrigé Exercice 1

Question 1 $\Rightarrow$ Réponse C. $EFGH$ est un parallélogramme

- A. M milieu de $[EF]$: $\begin{cases} x_M = \frac{-3+11}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ y_M = \frac{9+(-4)}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$ donc $M\left(4; \frac{5}{2}\right)$ ce qui ne correspond pas du tout au point G
- B. $EF = \sqrt{(11 - (-3))^2 + (-4 - 9)^2} = \sqrt{14^2 + (-13)^2} = \sqrt{196 + 169} = \sqrt{365}$
- C. $\overrightarrow{EF}\left(\begin{smallmatrix} 14 \\ -13 \end{smallmatrix}\right)$ et $\overrightarrow{HG}\left(\begin{smallmatrix} 8 - (-6) \\ 5 - 18 \end{smallmatrix}\right) = \begin{smallmatrix} 14 \\ -13 \end{smallmatrix}$ donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ et $EFGH$ est bien un parallélogramme
- D. $\overrightarrow{HE}\left(\begin{smallmatrix} -3 - (-6) \\ 9 - 18 \end{smallmatrix}\right) = \begin{smallmatrix} 3 \\ -9 \end{smallmatrix}$

Question 2 $\Rightarrow$ Réponse B. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux

- A. et C. On a : $\text{Det}(\vec{u}; \vec{v}) = 6 \times 5 - (-18) \times 15 = 300 \neq 0$ les vecteurs ne sont pas colinéaires
- B. Par contre $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 \times 15 + (-18) \times 5 = 90 - 90 = 0$ les vecteurs sont bien orthogonaux

Question 3 $\Rightarrow$ Réponse D. Le quadrilatère $MNPR$ est un trapèze de bases $[MN]$ et $[RP]$

- A. $\overrightarrow{RM} \cdot \overrightarrow{RP} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} = 18 - 15 = 3 \neq 0 \Rightarrow$ les vecteurs ne sont pas orthogonaux, le triangle n'est pas rectangle
- B. $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NR} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ -1 \end{pmatrix} = -33 + 8 = -25 \neq 0 \Rightarrow$ les vecteurs ne sont pas orthogonaux, ce n'est pas une hauteur
- C. $\overrightarrow{MN}\left(\begin{smallmatrix} 8 \\ -4 \end{smallmatrix}\right)$ et $\overrightarrow{RP}\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ -3 \end{smallmatrix}\right) \Rightarrow$ Les vecteurs ne sont pas égaux, le quadrilatère n'est pas un parallélogramme
- D. On a $\text{Det}(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{RP}) = 8 \times (-3) - (-4) \times 6 = -24 + 24 = 0 \Rightarrow$ les vecteurs sont colinéaires, les droites sont parallèles, le quadrilatère est un trapèze

Question 4 $\Rightarrow$ Réponse B. $\overrightarrow{WK} \cdot \overrightarrow{TI} = -36$

Le projeté orthogonal de W sur (TI) est le point S , et celui de K est le point I

$$\text{donc } \overrightarrow{WK} \cdot \overrightarrow{TI} = \overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{TI} = -SI \times TI = -\left(\frac{12}{2}\right)^2 = -36$$

Question 5 $\Rightarrow$ Réponse C. $\overrightarrow{SP}(3; 2)$

$$\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{SM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{SM} + 4\overrightarrow{SM} + 3\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{SM} + 4\overrightarrow{SM} + 3\overrightarrow{MS} + 3\overrightarrow{SL} = 5\overrightarrow{SM} - 3\overrightarrow{SM} + 3\overrightarrow{SL} = 2\overrightarrow{SM} + 3\overrightarrow{SL}$$

Corrigé Exercice 2

1. a. Dans le diagramme circulaire, le lait de vache correspond à un angle de 210° (sur 360° pour le tour entier). On a donc comme proportion :

$$p(V) = \frac{210}{360} = \frac{7}{12}$$

$$\text{De même, on a } p(C) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$$

b. $P_C(A) = 20\%$

$$P(B) = 1 - p(A) - p(C) = 1 - \frac{7}{12} - \frac{1}{4} = \frac{12-7-3}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

c. $\Rightarrow$

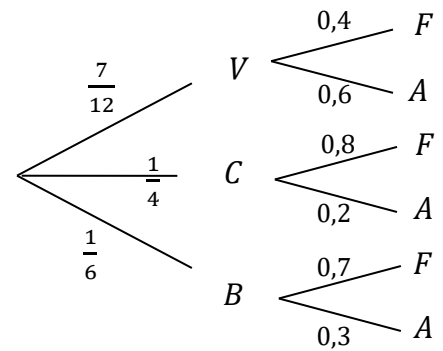
2. a. $p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A) = \frac{1}{6} \times 0,3 = 0,05$

Il y a 5 % de chances que le fromage soit affiné et fait avec du lait de brebis

b. $P(A) = p(A \cap V) + p(A \cap C) + p(A \cap B) = \frac{7}{12} \times 0,6 + \frac{1}{4} \times 0,2 + 0,05 = 0,45$.

3. $p_F(V) = \frac{p(V \cap F)}{p(F)} = \frac{\frac{7}{12} \times 0,4}{1-0,45} \simeq 0,424$

Si le fromage est frais, il y a alors environ 42,4 % de chances que ce soit un au lait de vache



Corrigé Exercice 3

1. a. $f'(x) = 9x^2 - 10x$

b. Pour le signe de $f'(x)$, soit en factorisant $f'(x) = x(9x - 10)$

soit avec un $\Delta = 100$ et $x_1 = \frac{10-10}{18} = 0$ et $x_2 = \frac{10+10}{18} = \frac{10}{9}$

Puis $f(0) = 2$ et $f\left(\frac{10}{9}\right) = 3 \times \left(\frac{10}{9}\right)^3 - 5 \times \left(\frac{10}{9}\right)^2 + 2 = -\frac{14}{243} \simeq -0,05$

x	$-\infty$	0	$\frac{10}{9}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\nearrow$

2. On a $y = f'(-1)(x - (-1)) + f(1)$

avec $f'(-1) = 9 + 10 = 19$ et $f(-1) = -3 - 5 + 2 = -6$

Donc $y = 19(x + 1) - 6 = 19x + 19 - 6$

$\Rightarrow$ L'équation de la tangente $\mathcal{T}$ est : $y = 19x + 13$

3. a. $f(x) - g(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2 - (3x^3 - 4x + 1)$
 $= 3x^3 - 5x^2 + 2 - 3x^3 + 4x - 1$
 $= -5x^2 + 4x + 1$

CQFD

b. On a $\Delta = 16 + 20 = 36$ et $x_1 = \frac{-4+6}{-10} = -\frac{1}{5}$ et $x_2 = \frac{-4-6}{-10} = 1$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	1	$+\infty$	
$f(x) - g(x)$	-	0	+	0	-

c. La courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathcal{C}_g$ quand $f(x) > g(x)$, c'est-à-dire quand $f(x) - g(x) > 0$
D'après le tableau de signe de la question précédente, c'est sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{5}; 1\right[$
 $\Rightarrow$ La courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathcal{C}_g$ pour $x \in \left]-\frac{1}{5}; 1\right[$

Corrigé Exercice 4

1. $u_1 = 6\,400 \times \left(1 - \frac{2}{100}\right) = 6\,400 \times 0,98 = 6\,272$ et $v_1 = 3\,200 + 110 = 3\,310$
En 2024, la ville A a 6 272 habitants et la ville B, 3 310 habitants

2. Pour la ville A : D'une année sur l'autre, le nombre d'habitants diminue de 2 %.

Or diminuer de 2% revient à multiplier par $1 - \frac{2}{100} = 0,98$

$\Rightarrow$ il s'agit d'une suite géométrique de raison 0,98 et de 1^{er} terme $u_0 = 6\,400$

On a $u_{n+1} = 0,98u_n$

Pour la ville B : D'une année sur l'autre, le nombre d'habitants augmente de 110

$\Rightarrow$ il s'agit d'une suite arithmétique de raison 110 et de 1^{er} terme $v_0 = 3\,200$

On a $v_{n+1} = v_n + 110$

3. a. $u_n = u_0 \times q^n = 6\,400 \times 0,98^n$

b. L'année 2034 correspond au rang 11 donc $u_{11} = 6\,400 \times 0,98^{11} \simeq 5\,125$

Selon ce modèle, il y aura 5 125 habitants dans la ville A en 2034.

c. On a $q = 0,98$ donc $q \in]0; 1[$ et $u_0 = 6\,400$ donc $u_0 > 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

À très long terme, si l'évolution ne change pas, la ville A finira par n'avoir plus aucun habitant

4. a. $v_n = v_0 + nR = 3\,200 + 110n$

b. B3 : « =B2+110 »

c. On résout $v_n \geq 5\,000 \Leftrightarrow 3\,200 + 110n \geq 5\,000 \Leftrightarrow 110n \geq 1\,800 \Leftrightarrow n \geq \frac{1800}{110} \Rightarrow n \geq 17$

Si le modèle reste valable, la ville dépassera les 5 000 habitants en 2040

5. En comparant les premiers termes de chaque suite à la calculatrice, on a :

n	un	vn
12	5022,187	4520
13	4921,743	4630
14	4823,308	4740
15	4726,842	4850
16	4632,305	4960

Pour $n = 14$, en 2037, on a $u_{14} \simeq 4\,823$ et $v_{14} = 4\,740$ on a encore $v_{14} < u_{14}$

Mais pour $n = 15$, en 2038, on a $u_{15} \simeq 4\,727$ et $v_{15} = 4\,850$ donc cette fois $v_{15} > u_{15}$

C'est à partir de l'année 2038 que la ville B aurait une population plus importante que la ville A.