

Corrections Savoir Fd. 7

Corrigé Exercice 19

$$\begin{array}{l|l|l}
 f(-4) = -2 \text{ et } f'(-4) = 3 & g(-3) = -4 \text{ et } g'(-3) = 0 & h(-3) = -1 \text{ et } h'(-3) = \\
 f(3) = 4 \text{ et } f'(3) = -\frac{1}{2} & g(4) = 2 \text{ et } g'(4) = 1 & \text{--- Erreur ! Signet non défini.} \\
 & & h(2) = 1 \text{ et } h'(2) = 2 \\
 & & h(5) = 3 \text{ et } h'(5) = 0
 \end{array}$$

Pour préparer le contrôle ...

$$\begin{array}{lll}
 \text{a. } k'(-4) = \frac{2}{1} = 2 & k'(-1) = 0 & k'(2) = -\frac{2}{2} = -1 \\
 \text{b. } m'(-3) = -\frac{3}{1} = -3 & m(-3) = 3 & m'(-1) = 0 \quad m(3) = 1 \quad m'(2) = 0 \\
 \text{c. } p'(-4) = -\frac{1}{2} & p(1) = -3 & p'(1) = 2 \quad p'(3) = -2
 \end{array}$$

Corrigé Exercice 20

$$\begin{array}{l}
 1) \quad T_{-2}: y = 0(x+2) + 2 \text{ soit } y = 2 \quad T_0: y = 3x - 5 \quad T_3: y = -(x-3) + 0 \text{ soit } y = -x + 3 \\
 2) \text{ a. } g'(x) = 2x - \frac{1}{x-2} \\
 \text{b. on a } g(3) = 9 \text{ et } g'(3) = 5 \text{ donc } T: y = 5(x-3) + 9 \text{ soit } y = 5x - 6
 \end{array}$$

Pour préparer le contrôle ...

$$1) \quad T_{-1}: y = 2(x+1) + \frac{1}{3} \quad T_{\frac{1}{2}}: y = -4 \quad 2) \text{ On a } f(0) = \frac{1}{2} \text{ et } f'(0) = -\frac{1}{4} \text{ donc } T: y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$$

Corrigé Exercice 21

$$1) \text{ a. On a : } g'(x) = 2x \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2}.$$

$$\text{b. On a : } g(3) = 9 \times 0 = 0 \text{ et d'autre part } g'(3) = 2 \times 3 \times 0 + \frac{9}{1} = 9$$

$$\text{L'équation de la tangente T est donc donnée par : } y = g(3) + g'(3)(x-3) \Leftrightarrow y = 9x - 27$$

$$2) \text{ a. } j'(x) = \frac{6x(x+2) - (3x^2 - 9)}{(x+2)^2} = \frac{3x^2 + 12x + 9}{(x+2)^2} \text{ avec } \Delta = 36; x_1 = -1; x_2 = -3$$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$3x^2+12x+9$	+	0	-	0	+
$(x+2)^2$	+		0	+	+
$j'(x)$	+	0	-	0	+
$j(x)$		$\nearrow -18$	$\searrow$	$\nearrow -6$	$\searrow$

$$\text{b. pour } x > -2, \text{ la fonction } j \text{ a pour minimum } -6. \text{ On a bien, pour } x > -2: j(x) \geq -6$$

$$\text{c. On a } j(1) = \frac{3-9}{3} = -2 \text{ et } j'(1) = \frac{3+12+9}{3^2} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\text{donc la tangente en 1 a pour équation : } T_1: y = \frac{8}{3}(x-1) - 2 \Leftrightarrow y = \frac{8}{3}x - \frac{14}{3}$$

3) a. $f(0) = 3 ; f'(1) = 0 ; f'(-3) = 0$ et $f'(0) = 3$

$$T : y = f'(0)(x - 0) + f(0) \Leftrightarrow y = 3x + 3$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow S = \{-1,7; 1,8\}$$

b. $f(x) = (3 - x^2)e^x \rightarrow$ On a $f(0) = (3 - 0)e^0 = 3 \times 1 = 3$

La fonction est dérivable sur $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -2xe^x + (3 - x^2)e^x = (-x^2 - 2x + 3)e^x$$

Et : $f'(0) = 3e^0 = 3 ; f'(1) = (-1 - 2 + 3)e = 0e = 0$ et $f'(-3) = (-9 + 6 + 3)e^{-3} = 0 \times e^{-3} = 0$

L'équation de la tangente s'obtient de la même façon : $T : y = f'(0)(x - 0) + f(0) \Leftrightarrow y = 3x + 3$

Pour $f(x) = 0 \Leftrightarrow (3 - x^2)e^x = 0$ Comme la fonction exponentielle ne s'annule jamais, on a :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}$$

Donc $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ ce qui donne les valeurs approchées $-1,7$ et $1,7$

Corrigé Exercice 22

1) a. $g'(1) = 2$ b. $g'(x) = 3ax^2 - 1$ donc $g'(1) = 3a - 1 = 2$ donc d'après le (1), on a $a = 1$

c. $g(1) = 3$, Or $g(1) = 1 \times 1^3 - 1 + b = 3 \Leftrightarrow b = 3$ d. $g(x) = x^3 - x + 3$

2) On a : $h(x) = a \ln(2x + 3) + b$ et $h'(x) = a \times \frac{2}{2x+3} = \frac{2a}{2x+3}$

D'une part : $h(-1) = 4 \Rightarrow a \ln 1 + b = 4 \Rightarrow 0 + b = 4 \Rightarrow b = 4$

D'autre part : $h'(0) = 1 \Rightarrow \frac{2a}{3} = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$. $\Rightarrow$ Conclusion : $h(x) = \frac{3}{2} \ln(2x + 3) + 4$

Pour préparer le contrôle...

1) a. $f(1) = \frac{3}{2}$ et $f'(2) = 0$

b. $f(x) = ax + b \ln x$ donc $f(1) = a + b \ln 1 = a$ Comme $f(1) = \frac{3}{2}$ on en déduit que $a = \frac{3}{2}$

On a donc $f(x) = \frac{3}{2}x + b \ln x$

On dérive : $f'(x) = \frac{3}{2} + \frac{b}{x}$ et $f'(2) = \frac{3+b}{2}$ Comme $f'(2) = 0$ on en déduit que $3 + b = 0 \Leftrightarrow b = -3$

On a finalement $f(x) = \frac{3}{2}x - 3 \ln x$

2) On a $f(0) = -1 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -1 \Leftrightarrow c = -1$

$f(1) = -2 \Leftrightarrow a \times 1^2 + b \times 1 - 1 = -2 \Leftrightarrow a + b = -1$

et $f(-2) = 13 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 + b \times (-2) - 1 = 13 \Leftrightarrow 4a - 2b = 14$

On cherche donc à résoudre le système $\begin{cases} a + b = -1 \\ 4a - 2b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 - b \\ 4(-1 - b) - 2b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 - b \\ -6b = 18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 - (-3) = 2 \\ b = -3 \end{cases}$ On a donc $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$