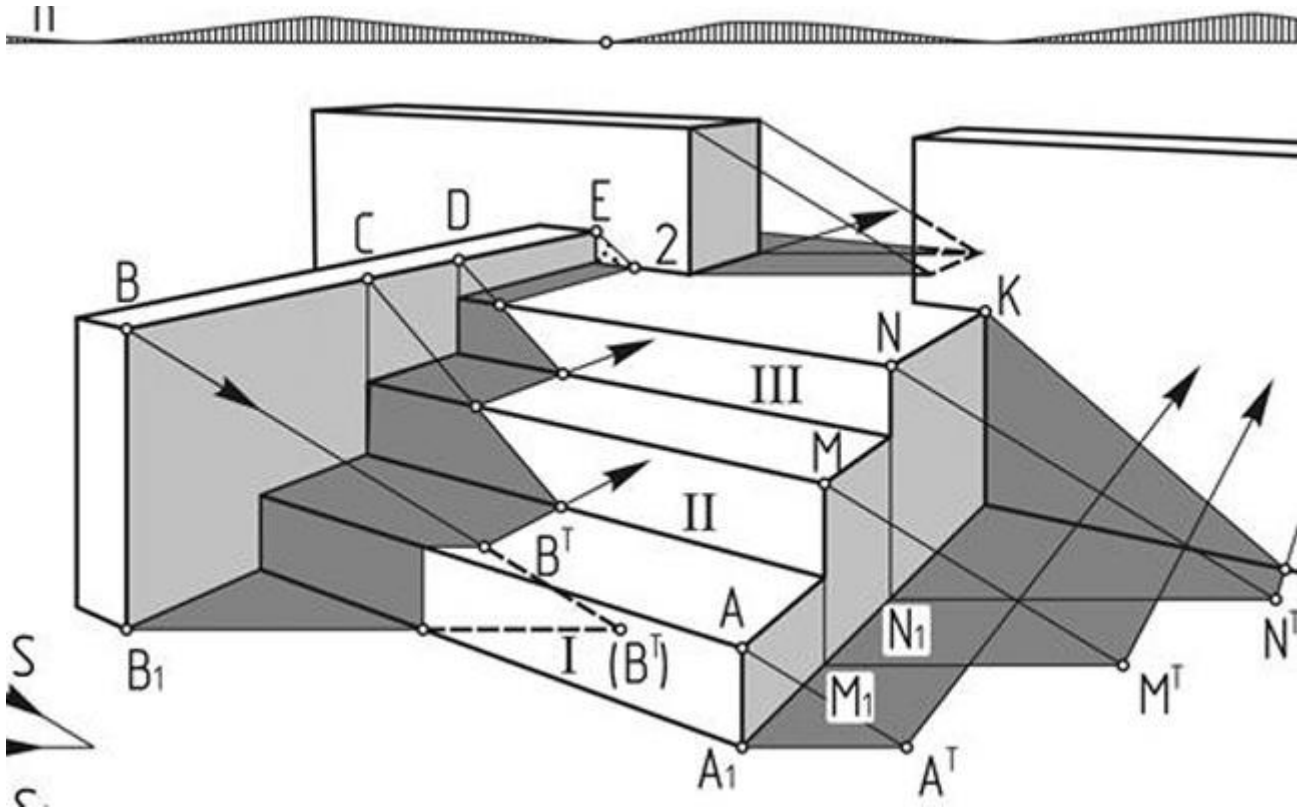


CORRECTIONS



CORRECTIONS

SUJET N° 1

Correction rapide : **D C C C D**

Voir les réponses détaillées pour comprendre vos éventuelles erreurs

Question 1 $\Rightarrow CB = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26} \Rightarrow$ **Réponse D**

Question 2 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

on a $\text{Det}(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 165 - 32 \neq 0 \Rightarrow$ les droites ne sont pas parallèles ni confondues (donc sécantes)
et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -132 - 40 \neq 0$ les droites ne sont pas perpendiculaires

$\Rightarrow$ **Réponse C**

Question 3 $\Rightarrow$ On a $\overrightarrow{RE} \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{SF} = -6\overrightarrow{SR} - 9\overrightarrow{ST} = +6\overrightarrow{RS} - 9\overrightarrow{RT} = 6\overrightarrow{RS} + 9\overrightarrow{RS} - 9\overrightarrow{RT} = 15\overrightarrow{RS} - 9\overrightarrow{RT}$ donc $\overrightarrow{SF} = \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \end{pmatrix}$

Alors $\overrightarrow{RE} \cdot \overrightarrow{SF} = 6 \times 15 - 9 \times 10 = 90 - 90 = 0$

$\Rightarrow$ **Réponse C**

Question 4 $\Rightarrow$ On a $\overrightarrow{GH}(5; 6)$

On calcule $\overrightarrow{GA} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ne peut pas être colinéaire à $\overrightarrow{GH}$ (car ordonnée à zéro)

$\overrightarrow{GB} \begin{pmatrix} 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\text{Det}(\overrightarrow{GH}; \overrightarrow{GB}) = 5 \times 2 - 6 \times 1,5 = 10 - 9 = 1 \neq 0$ donc pas colinéaires

$\overrightarrow{GC} \begin{pmatrix} -15 \\ -18 \end{pmatrix}$ et $\text{Det}(\overrightarrow{GH}; \overrightarrow{GC}) = 5 \times (-18) - 6 \times (-15) = -90 + 90 = 0$ donc colinéaires

$\Rightarrow$ **Réponse C**

Question 5

On peut éliminer les cas simples (vecteurs orthogonaux) : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$

Ensuite pour (a) ; C a pour projeté orthogonal B sur (AB) donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2$

Par élimination $\Rightarrow$ **Réponse D**

ça se démontre, car le projeté orthogonal de E sur (AB) est le milieu de [AB]
(propriété des triangles équilatéraux, hauteurs et médianes sont confondues)...

CORRECTION

SUJET N° 2

Correction rapide : **C D C A D**

Voir les réponses détaillées pour comprendre vos éventuelles erreurs

Question 1 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = -4 \times (-1) + 3 \times 5 = 19 \Rightarrow$ **Réponse C**

Question 2

a $\Rightarrow \overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ clairement pas colinéaires

b. $\Rightarrow \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{UT} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ pas égaux, donc pas un parallélogramme

c. $\Rightarrow RU = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}$ et $TU = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{52}$ donc pas isocèle

Par élimination $\Rightarrow$ **Réponse D**

Ça se démontre $\overrightarrow{RT} \cdot \overrightarrow{US} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} = 2 \times 0 + 0 \times (-7) = 0$ orthogonaux donc (US) $\perp$ (RT)

Question 3 $\Rightarrow \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} 18 \\ -5 \end{pmatrix}$

a. $\Rightarrow \text{Det}(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{GH}) = -12 \neq 0$ non parallèles (donc non confondues pas le d non plus)

b. $\Rightarrow \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{GH} = 6 \times 18 + 5 = 113 \neq 0$ non orthogonaux, donc non perpendiculaires

Par élimination $\Rightarrow$ **Réponse C**

Question 4 $\Rightarrow$ On veut 2 vecteurs orthogonaux (droites $\perp$) : seul $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0 \Rightarrow$ **Réponse A**

Question 5 $\Rightarrow$ On a $\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $||\vec{u} - \vec{v}|| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow$ **Réponse D**

CORRECTION**SUJET N° 3**

1. On a $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 8 - (-4) \\ 16 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HC} = \begin{pmatrix} 8 - 2 \\ -2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 12 \times 6 + 6 \times (-12) = 72 - 72 = 0$

De même on a $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ -12 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HB} = 12 \times 6 - 12 \times 6 = 72 - 72 = 0$.

2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HC}$ sont orthogonaux donc les droites (AB) et (HC) sont perpendiculaires : (HC) est la hauteur issue de C dans le triangle ABC

De même, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$ donc (BH) est la hauteur issue de H dans le triangle ABC

Les hauteurs (HB) et (HC) sont sécantes en **H qui est donc l'orthocentre du triangle ABC**

3. On a $KA = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (10 - 7)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 3^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$KB = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90}$ et $KC = \sqrt{3^2 + (-9)^2} = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90}$

Donc $KA = KB = KC$ et le point **K est bien le centre du cercle qui passe par les sommets A, B et C du triangle**

4. On a $\begin{cases} x_M = \frac{8+8}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ y_M = \frac{16-2}{2} = \frac{14}{2} = 7 \end{cases}$ donc $M(8; 7)$ et $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \times \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \times 12 \\ \frac{2}{3} \times (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$

Or $\overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} x_G + 4 \\ y_G - 10 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x_G + 4 = 8 \\ y_G - 10 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 8 - 4 = 4 \\ y_G = -2 + 10 = 8 \end{cases}$ et on a **$G(4; 8)$**

(Autre possibilité, vous cherchez $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$...)

5. On a (par exemple) $\overrightarrow{GH} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HK} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ Donc $\text{Det}(\overrightarrow{GH}; \overrightarrow{HK}) = -2 \times (-3) - 2 \times 3 = 6 - 6 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{HK}$ sont colinéaires donc les points G, H et K sont bien alignés

(On appelle cette droite la droite d'Euler, celle des 3 centres d'un triangle : orthocentre, centre de gravité et centre du cercle circonscrit. Elle n'existe pas dans un triangle équilatéral où ces trois centres sont confondus en un seul point)

CORRECTION**SUJET N° 4**

1. On a $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 - 6 \\ 4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \times (-10) + 6 \times 0 = 30$

2. a. On a $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$

Or, par construction, on a $(DC) \perp (AB)$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$

On a bien $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

b. Comme les points A, B et C sont alignés, on a $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \times AD$

On calcule $AB = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$ Donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \sqrt{45} \times AD$

D'un autre côté, on a $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 30$ d'après la 1^e question

$$\text{Donc } \sqrt{45} \times AD = 30 \Leftrightarrow AD = \frac{30}{\sqrt{45}}$$

c. Le triangle ACD est rectangle en D . D'après le théorème de Pythagore, on a $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$$\text{Avec } AC^2 = (-10)^2 + 0^2 = 100$$

$$\text{et } AD^2 = \left(\frac{30}{\sqrt{45}}\right)^2 = \frac{900}{45} = 20$$

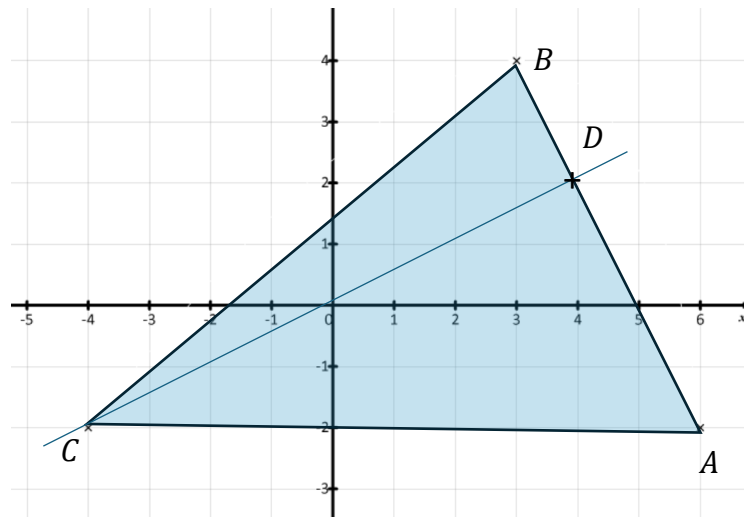
$$\text{Alors } CD^2 = AC^2 - AD^2 = 100 - 20 = 80$$

$$\text{et } CD = \sqrt{80}$$

3. a. La hauteur du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et perpendiculaire à (AB) : c'est donc la droite (CD) .

$$\text{b. On a } Aire_{triangle} = \frac{Base \times Hauteur}{2}$$

$$\text{donc ici } A_{ABC} = \frac{AB \times CD}{2} = \frac{\sqrt{45} \times \sqrt{80}}{2} = \frac{\sqrt{3600}}{2} = \frac{60}{2} = 30$$



CORRECTION

SUJET N° 5

$$1. BA = \sqrt{(-1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$$\text{Et } BC = \sqrt{6^2 + (-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

$BA \neq BC$ le triangle n'est pas isocèle en B

$$2. \text{ On } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} = -12 + 5 = -7 \neq 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas orthogonaux, donc le triangle ABC n'est pas rectangle en B .

$$3. \text{ a. On a } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AH} = \begin{pmatrix} 3,6 \\ 1,8 \end{pmatrix}$$

$$Det(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AH}) = \begin{vmatrix} 8 & 3,6 \\ 4 & 1,8 \end{vmatrix} = 8 \times 1,8 - 4 \times 3,6 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc le **point H appartient à la droite (AC)**

$$\text{b. On calcule } \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2,6-1 \\ -1,2-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,6 \\ -3,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} = 1,6 \times 8 - 3,2 \times 4 = 0$$

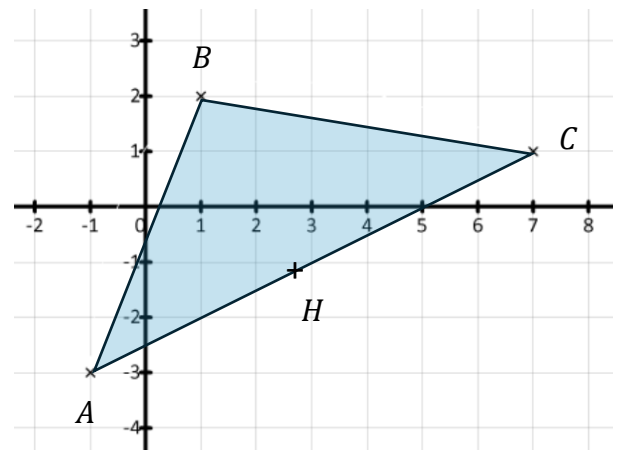
Les vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux, donc les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

H est donc bien le projeté orthogonal de B sur la droite (AC)

$$4. \text{ On a } Aire_{triangle} = \frac{Base \times Hauteur}{2} \text{ donc ici } A_{ABC} = \frac{AC \times BH}{2}$$

$$\text{Or } AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} \text{ et } BH = \sqrt{1,6^2 + (-3,2)^2} = \sqrt{12,8}$$

$$\text{Donc } A_{ABC} = \frac{\sqrt{80} \times \sqrt{12,8}}{2} = \frac{\sqrt{1024}}{2} = \frac{32}{2} = 16$$



CORRECTION

SUJET N° 6 *

1. Dans $(O, \frac{1}{3} \overrightarrow{OA}, \frac{1}{3} \overrightarrow{OC})$, on a

$$A(3; 0); D(-2; 0); C(0; 3); F(0; -2)$$

Donc on a $M(3; -2)$; $\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{DC} = 3 \times 2 - 2 \times 3 = 6 - 6 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux, donc les droites (OM) et (CD) sont perpendiculaires

2. $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} = -6 + 15 = 9$

3. H est le projeté orthogonal de M sur la droite (DC)

donc on a $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CH}$

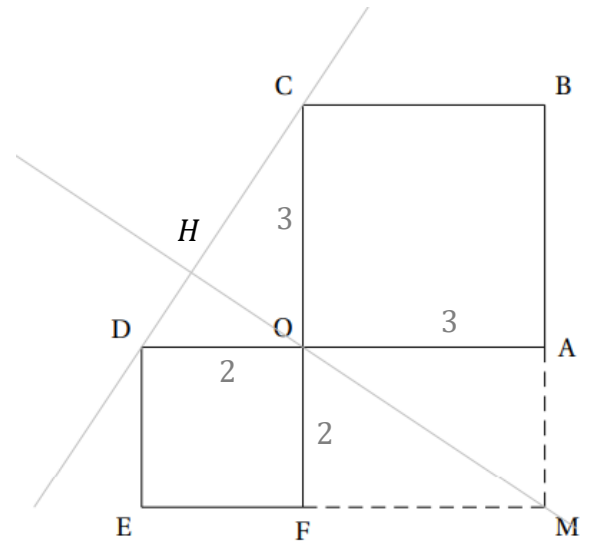
et $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CH} = CD \times CH$ puis que les points sont alignés

Or $CD = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

Donc $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = 9$ et $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = \sqrt{13} \times CH$ On en déduit que $\sqrt{13} \times CH = 9 \Leftrightarrow CH = \frac{9}{\sqrt{13}}$

4. On a $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ 0 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ Donc $\text{Det}(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{BF}) = 2 \times (-3) - 3 \times (-5) = -6 + 15 = 9 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites (CD) et (BF) sont bien sécantes



CORRECTION

SUJET N° 7 **

1. $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{DI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CB}$ CQFD

2. a.

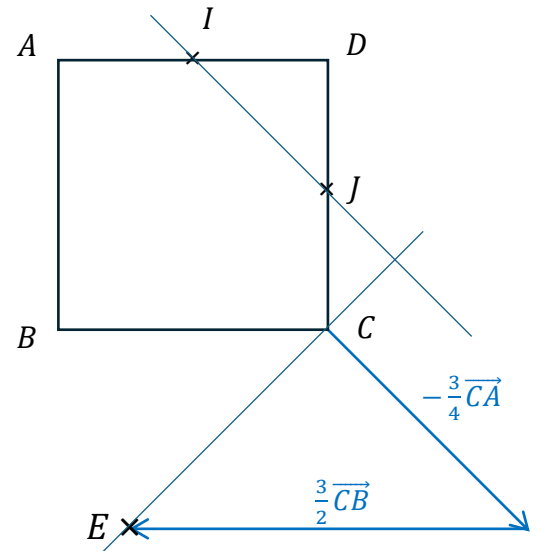
b. $\overrightarrow{CE} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{CA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{CB} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{CB} - \frac{3}{4} \overrightarrow{BA} + \frac{6}{4} \overrightarrow{CB} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{CD} + \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}$

donc $\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

3. Dans $(C, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB})$, on a $\overrightarrow{JI} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ d'après la question 1, donc

$$\overrightarrow{JI} \cdot \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{JI}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont orthogonaux, donc les droites (IJ) et (CE) sont bien perpendiculaires



4. a. $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{CD}$ donc $\overrightarrow{AF} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

On a alors $\text{Det}(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{CE}) = \begin{vmatrix} 2 & -\frac{3}{4} \\ -2 & \frac{3}{4} \end{vmatrix} = 2 \times \frac{3}{4} - (-2) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires, donc les droites (AF) et (CE) sont bien parallèles

b. $(CE) \parallel (AF)$ et $(CE) \perp (IJ)$ donc $(AF) \parallel (IJ)$

La hauteur issue de A dans le triangle AIJ est la droite (AF)