

Sujet n°2

Exercice n°1

Aux États-Unis sont organisés des marathons de danse où les couples inscrits doivent danser pendant au moins 42h d'affilées (Ça peut être plusieurs jours sur certains concours... certains ont duré plusieurs semaines dans les années 30 !).

Ils ont le droit à des pauses toutes les heures. Mais autrement, tout couple qui s'arrête de danser est éliminé.

Au marathon de 1935, à Inglewood, près de Los Angeles, il y a eu 156 couples qui se sont inscrits.

Un tiers de ces couples s'inscrivaient pour la 1^{ère} fois au marathon, les autres s'étaient déjà inscrits au cours des précédentes années.

68 couples ont été éliminés dans les douze premières heures.

Seuls 8 couples étaient inscrits pour la 1^e fois et ont été éliminés dans les douze dernières heures.

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-contre

	I	H	Total
D			
$\bar{D}$			
Total			156

2. On choisit un couple au hasard parmi les participants.

On définit les événements suivants :

I : le couple est inscrit pour la 1^{ère} fois au marathon

H : le couple a déjà été inscrit au marathon

D : le couple a été éliminé dans les 12 premières heures

On donnera les valeurs approchées décimales à 0,001 près, et les pourcentages à 0,1 % près.

(a) Quelle est la probabilité que le couple choisi soit inscrit pour la 1^{ère} fois au marathon ?

(b) Calculer $p(\bar{D})$ et interpréter dans le contexte

(c) On sait que le couple avait déjà été inscrit au marathon. Quelle est alors la probabilité qu'il ait été éliminé dans les 12 premières heures ?

(d) Calculer $p(I \cup \bar{D})$ et interpréter à l'aide d'une phrase

Exercice n° 2

Soit $(O ; I, J)$ un repère orthonormé du plan.

On considère cinq points de ce repère : $A(-5; -2)$; $B(2; -1)$; $C(1; 6)$; $D(-6; 5)$ et $E(10; -23)$.

1) Placer les points A , B , C et D dans un repère. **On ne placera pas le point E .**

2) Calculer les coordonnées du point K milieu de $[AC]$.

3) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE}$.

4) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

5) (a) Calculer les longueurs AB et BC , en valeur exacte.

(b) Que peut-on en déduire sur la nature du triangle ABC ?

6) Montrer que le triangle ABC est également rectangle en B . On admettra que $AC = 10$.

7) Quelle est ainsi la nature exacte du quadrilatère $ABCD$? Justifier.

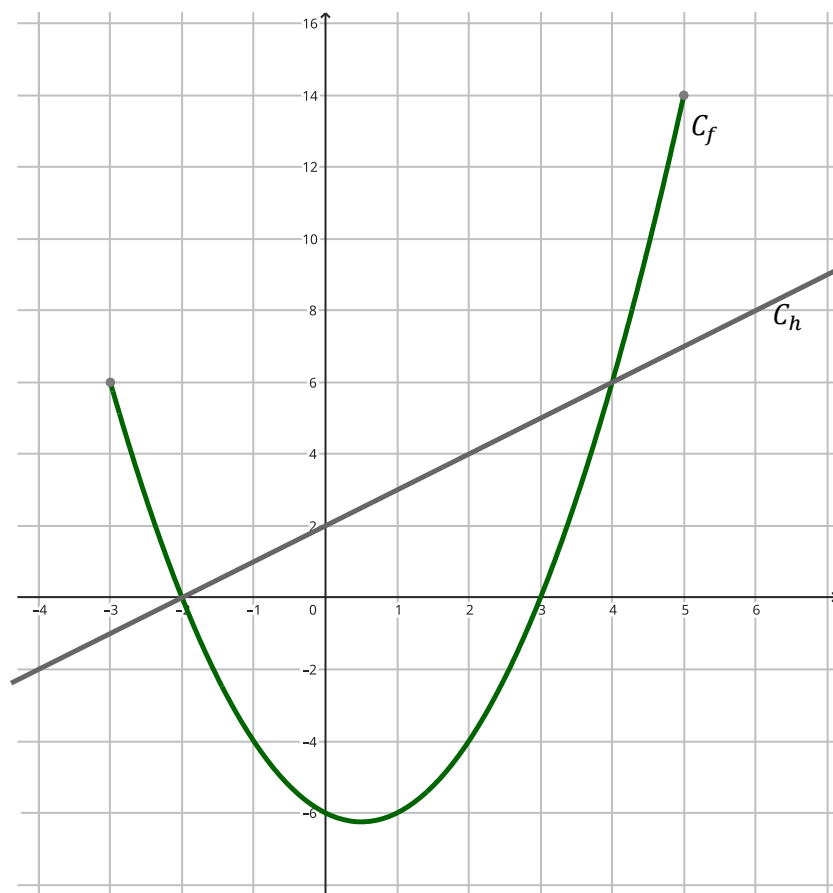
Exercice n°3

Dans le schéma ci-dessous, les courbes de deux fonctions f et h sont représentées dans un repère.

Partie A

1) Par lecture graphique :

- (a) Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- (b) Quelle est l'image de 4 par la fonction f ?
- (c) Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ?
- (d) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$. On notera S l'ensemble des solutions.
- (e) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = h(x)$. On notera S' l'ensemble des solutions.



- 2) (a) Construire le tableau de variation de f .
- (b) Quels sont les extrema de f pour $x \geq 2$?
- (c) Recopier et compléter : pour $0 \leq x \leq 6$, on a $\dots \leq h(x) \leq \dots$

Partie B

On donne la fonction g définie sur $[-3; 5]$ par $g(x) = -0,5x^3 + 1,5x^2 + 4,5x - 1,5$.
On donne son tableau de variation ci-dessous :

x	-3	-1	3	5
$g(x)$	...	↘	↗	↘
		...		...

- (a) À l'aide de la calculatrice, et sans justification, compléter les images sur le tableau ci-dessus.
- (b) Sur le repère de la Partie A, tracer une représentation graphique de la fonction g qui soit cohérente avec le tableau de variation.

Exercice n°4

On donne $E = 2x(x - 1)(-2x + 3) - (2x^2 + 4)(5 - 2x)$

- 1. (a) Montrer qu'on a, pour toute valeur de x : $E = 2x - 20$
- (b) Résoudre $E = 6$
- 2. Calculer E pour $x = -\frac{5}{8}$

CORRECTIONS - Sujet n°2

Corrigé Exercice n°1

1.

2. (a) $p(I) = \frac{1}{3}$ Il y a une chance sur 3 que le couple choisi soit inscrit pour la 1^{ère} fois au marathon

(b) $p(\bar{D}) = \frac{88}{156} \approx 0,564$

Il y a environ 56,4 % de chances que le couple ait été éliminé dans les 12 dernières heures (ou n'a pas été éliminé dans les 12 premières heures)

(c) $p(D \text{ parmi } H) = \frac{24}{104} \approx 0,231$

Si le couple avait déjà été inscrit au marathon, il y a alors environ 23,1 % de chances qu'il ait été éliminé dans les 12 premières heures

(d) $p(I \cup \bar{D}) = p(I) + p(\bar{D}) - p(I \cap \bar{D}) = \frac{52+88-8}{156} = \frac{132}{156} \approx 0,846$

Il y a environ 84,6 % de chances que le couple ait été inscrit pour la 1^e fois ou ait été éliminé dans les 12 dernières heures.

	I	H	Total
D	44	24	68
$\bar{D}$	8	80	88
Total	52	104	156

Corrigé Exercice n° 2

1) Ci-contre.

2) $x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5+1}{2} = -\frac{4}{2} = -2$

Et $y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Donc $K(-2; 2)$

3) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-4) \\ 2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$

Et $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 10 - 2 \\ -23 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -22 \end{pmatrix}$

4) On calcule : $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-5) \\ 9 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

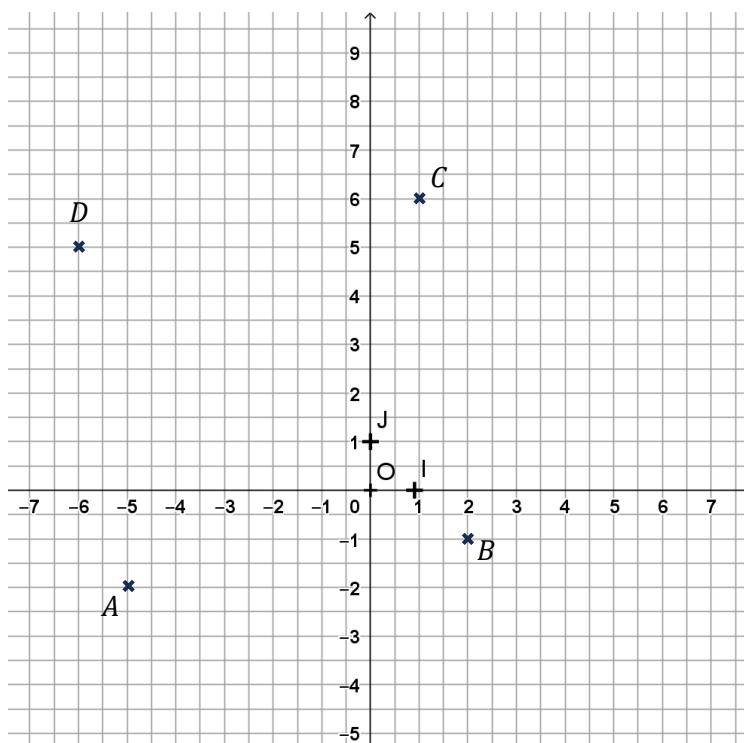
5) (a) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (2 - (-1))^2}$

$AB = \sqrt{7^2 + 1^2}$

$AB = \sqrt{50}$

Et $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 3)^2 + (9 - 2)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = \sqrt{50}$



(b) Puisque $AB = BC$, le triangle ABC est isocèle en B .

6) Dans le triangle ABC , $[AC]$ est le plus grand côté.

D'une part $AC^2 = 10^2 = 100$

D'autre part $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2 = 50 + 50 = 100$

On a donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **ABC est rectangle en B .**

7) $ABCD$ est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur ($AB = BC$) donc c'est un losange. Il possède un angle droit en B , c'est donc un carré.

Corrigé Exercice n°3

1) (a) $D_f = [-3; 5]$

(b) $f(4) = 6$

(c) Les antécédents de 0 par f sont -2 et 3 .

(d) $S = \{-1; 2\}$

(e) $S' = \{-2; 4\}$

2) (a)

x	-3	-1	5
$f(x)$	6	-6,2	14

(b) Le minimum est -4 et le maximum est 14

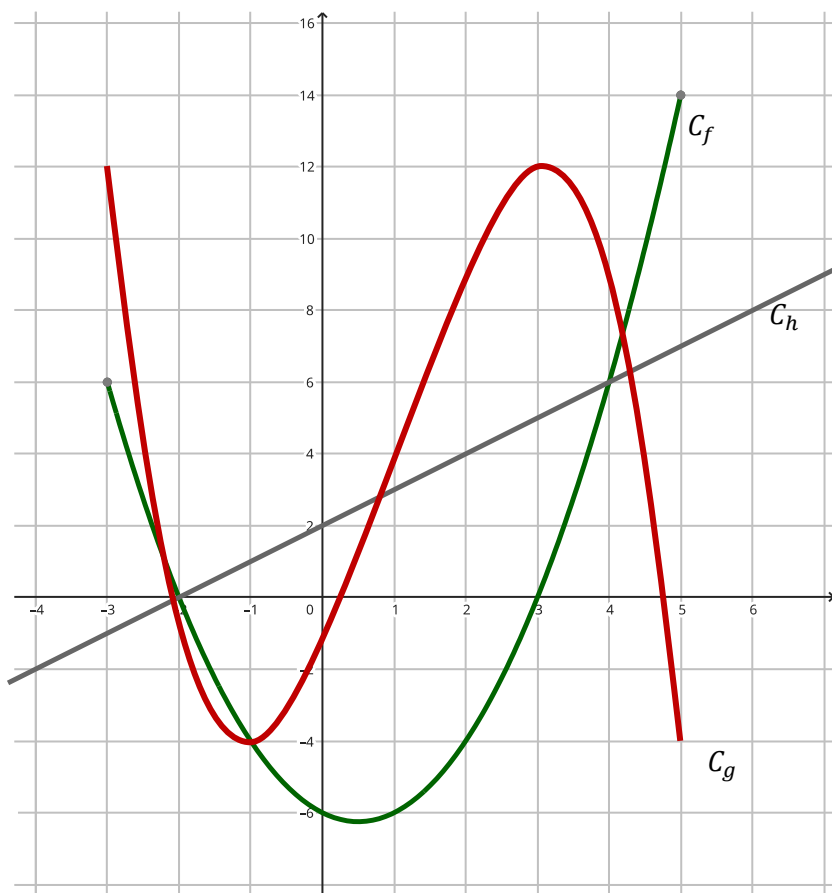
(c) $2 \leq h(x) \leq 8$

Partie B

(a)

x	-3	-1	3	5
$g(x)$	12	-4	12	-4

(b) $\Rightarrow$



Corrigé Exercice n°4

On donne $E = 2x(x - 1)(-2x + 3) - (2x^2 + 4)(5 - 2x)$

1. (a) $E = 2x(x - 1)(-2x + 3) - (2x^2 + 4)(5 - 2x)$

$E = (2x^2 - 2x)(-2x + 3) - (10x^2 - 4x^3 + 20 - 8x)$

$E = -4x^3 + 6x^2 + 4x^2 - 6x - 10x^2 + 4x^3 - 20 + 8x$

$E = -4x^3 + 4x^3 + 10x^2 - 10x^2 - 6x + 8x - 20$

$E = 2x - 20$

CQFD

(b) $E = 6 \Leftrightarrow 2x - 20 = 6 \Leftrightarrow 2x = 6 + 20 \Leftrightarrow 2x = 26 \Leftrightarrow x = \frac{26}{2} \Leftrightarrow x = 13 \Rightarrow S = \{13\}$

2. $E = 2x - 20 = 2 \times \left(-\frac{5}{8}\right) - 20 = -\frac{10}{8} - \frac{160}{8} = -\frac{170}{8} = -\frac{85}{4}$