

Corrigé Exercice 16

1) a. $\mu = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \ln(2x+1) \right]_0^2 = \frac{1}{4} \ln 5 - \frac{1}{4} \ln 1 = \frac{1}{4} \ln 5 \quad \text{et} \quad \mu \simeq 0,4$

b. $\mu = \frac{1}{1-(-1)} \int_{-1}^1 4x^3 - 3x^2 + 1 dx = \frac{1}{2} [x^4 - x^3 + x]_{-1}^1 = \frac{1}{2} ((1 - 1 + 1) - (-1 + 1 - 1)) = 0$

2) a. $G'(x) = e^x + (x-1)e^x = xe^x = g(x)$ donc G est bien une primitive de g

b. $\mu = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 xe^x dx = \frac{1}{3} [(x-1)e^x]_{-1}^2 = \frac{1}{3} (1e^2 - (-2e^{-1})) = \frac{1}{3} e^2 + \frac{2}{3e} \quad \text{et} \quad \mu \simeq 2,71$

Corrigé Exercice 17

1) $\mu = \frac{1}{4-2} \int_2^4 50e^{-0,5t} dt = \frac{1}{2} [-100e^{-0,5t}]_2^4 = \frac{1}{2} (-100e^{-2} + 100e^{-1}) = 50(-e^{-2} + e^{-1}) \simeq 11,627$

La population moyenne est d'environ 11 627 insectes

2) a. $F'(t) = +5e^{-t} - (5te^{-t})' = 5e^{-t} - 5e^{-t} + 5te^{-t} = 5te^{-t} = f(t)$ donc F est bien une primitive de f

b. $\mu_1 = \frac{1}{1-0} \int_0^1 f(t) dt = [F(t)]_0^1 = F(1) - F(0) = (-5e^{-1} - 5e^{-1}) - (-5e^0 - 0) = -\frac{10}{e} + 5$
 $\mu_1 \simeq 1,32$ **Pendant la 1^{ère} heure, la concentration moyenne est d'environ 1,32 g.L⁻¹**

$\mu_2 = \frac{1}{2-0} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} (F(2) - F(0)) = \frac{1}{2} ((-5e^{-2} - 5e^{-2}) - (-5e^0 - 0)) = \frac{1}{2} \left(-\frac{10}{e^2} + 5 \right)$
 $\mu_2 \simeq 1,83$ **Pendant les 2 premières heures, la concentration moyenne est d'environ 1,83 g.L⁻¹**

Corrigé Exercice 18

a. On intègre par partie, avec $u = 60t + 40$ et $v' = e^{-0,5t}$ donc $u' = 60$ et $v = -\frac{1}{0,5} e^{-0,5t} = -2e^{-0,5t}$

$$\begin{aligned} \int_0^4 f(t) dt &= [(60t + 40) \times (-2e^{-0,5t})]_0^4 - \int_0^4 60 \times (-2)e^{-0,5t} dt \\ &= [(-120t - 80)e^{-0,5t}]_0^4 + 120 \int_0^4 e^{-0,5t} dt = (-480 - 80)e^{-2} - (-80)e^0 + 120[-2e^{-0,5t}]_0^4 \\ &= -560e^{-2} + 80 + 120(-2e^{-2} + 2) = -560e^{-2} + 80 - 240e^{-2} + 240 = -800e^{-2} + 320 \\ &= 320 - \frac{800}{e^2} \quad \text{CQFD} \end{aligned}$$

b. $T_M = \frac{1}{4-0} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{4} \left(320 - \frac{800}{e^2} \right) = 80 - \frac{200}{e^2} \simeq 53$

La température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes est d'environ 53°C