

Savoir Fi. 5: Valeur moyenne d'une fonction

Exercice 16 : Calcul de valeur moyenne

1) a. Soit f définie sur $[0; 2]$ par $f(x) = \frac{1}{2x+1}$. Calculer la valeur moyenne de f sur $[0; 2]$.

On donnera la valeur exacte simplifiée puis une valeur approchée à 0,1 près

b. Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$. Calculer la valeur moyenne de h sur $[-1; 1]$.

2) On donne une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^x$

a. Montrer que g a pour primitive la fonction G définie par : $G(x) = (x - 1)e^x$

b. Calculer la valeur moyenne de g sur $[-1; 2]$.

Exercice 17 : Calcul de valeur moyenne et contextualisation

1) Une étude a permis de montrer qu'une population d'insectes en contact avec un insecticide α diminue très rapidement lors des quatre premières journées. La population peut être modélisée par la fonction h définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par : $h(t) = 50e^{-0,5t}$ où t est le temps exprimé en jour et $h(t)$ le nombre de milliers d'insectes.

Quelle est la population moyenne d'insectes entre le début de la deuxième et le début de la quatrième journée ? Arrondir à l'unité

2) On injecte dans le sang un médicament. Soit t le temps écoulé (en heures) depuis l'injection du produit. La concentration du médicament en grammes par litre de sang est donnée sur $[0; +\infty[$ par : $f(t) = 5te^{-t}$

a. Vérifier que la fonction $F(t) = -5e^{-t} - f(t)$ est une primitive de f sur $[0; +\infty[$

b. Calculer la concentration moyenne pendant la première heure à 0,01 près, puis la concentration moyenne pendant les 2 premières heures.

Exercice 18 : Extrait Bac Asie juin 2025

Dans un laboratoire, on étudie une réaction chimique dans un réacteur fermé, sous certaines conditions. Le traitement numérique des données expérimentales a permis de modéliser l'évolution de la température de cette réaction chimique en fonction du temps par une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$f(t) = (60t + 40)e^{-0,5t}$$

La température est exprimée en degré Celsius et le temps est exprimé en minute.

On définit la température moyenne, exprimée en degré Celsius, de cette réaction chimique entre deux temps t_1 et t_2 , exprimés en minute, par :

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

a. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $\int_0^4 f(t) dt = 320 - \frac{800}{e^2}$

b. En déduire une valeur approchée, au degré Celsius près, de la température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes.