

# Corrigé Sujet n°4 – Asie 1 – sept 25

1. Il s'agit de la répétition de 10 épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Pour chacune des épreuves, la probabilité de réussir est de  $\frac{1}{4}$ .

La variable  $X$  suit donc une loi binomiale de paramètres  $n = 10$  et  $p = \frac{1}{4}$

$$2. p(X = 5) = \binom{10}{5} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{10-5} = 252 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 \simeq 0,0584$$

Il y a environ 5,84 % de chances que Dominique obtienne exactement 5 bonnes réponses

$$3. E(X) = np = 10 \times \frac{1}{4} = 2,5$$

En moyenne, sur les 10 questions, Dominique peut espérer avoir 2,5 réponses justes

4. a. Pour avoir 10 points, il faut avoir 10 bonnes réponses. Donc l'évènement  $(Y = 10)$  correspond à  $(X = 10)$

$$\text{Alors } P(Y = 10) = p(X = 10) = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

b. Par exemple : pour  $X = 3$  bonnes réponses, on a 7 mauvaises réponses, soit :

$$Y = 3 \times 1 + 7 \times (-0,5) = 3 - 3,5 = -0,5$$

On calcule ainsi les points obtenus selon le nombre de bonnes réponses :

|         |    |      |    |      |   |     |
|---------|----|------|----|------|---|-----|
| $X = k$ | 0  | 1    | 2  | 3    | 4 | 5   |
| $Y$     | -5 | -3,5 | -2 | -0,5 | 1 | 2,5 |

C'est donc à partir de 4 bonnes réponses que la note devient positive.

$$c. P(Y \leq 0) = p(X \leq 3) \simeq 0,78 \quad \text{Il y a environ 78 \% de chances d'avoir une note négative !}$$

d. Pour  $x$  bonne réponses (qui rapportent 1 point), on a  $10 - x$  mauvaises réponses (qui enlèvent 0,5 points)

$$\text{On a alors un total de points } y = 1 \times x - 0,5(10 - x) = x - 5 + 0,5x = 1,5x - 5 \quad \text{CQFD}$$

$$e. E(Y) = E(1,5X - 5) = 1,5E(X) - 5 = 1,5 \times 2,5 - 5 = -1,25$$

**Moralité** : en répondant totalement au hasard, un élève risque en moyenne de perdre 1,25 points .