

Correction Synthèse 1

Question 1

$$\overrightarrow{HD} \begin{pmatrix} x_D - x_H \\ y_D - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ 7 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Question 2

$$\overrightarrow{WM} \begin{pmatrix} x_M - x_W \\ y_M - y_W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - 2 \\ y_M + 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{WM} = \overrightarrow{u}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 = -4 \\ y_M + 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -4 + 2 \\ y_M = 3 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-2; -1)$$

Question 3

$$U \text{ milieu de } [BS] \Rightarrow x_U = \frac{x_B + x_S}{2} = \frac{7-1}{2} = 3$$

$$\text{et } y_U = \frac{y_B + y_S}{2} = \frac{-8-1}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow U(3; -\frac{9}{2})$$

Question 4

$$\begin{aligned} YL &= \sqrt{(x_L - x_Y)^2 + (y_L - y_Y)^2} \\ &= \sqrt{(3-6)^2 + (-2-(-3))^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Question 5

$$L \text{ milieu de } [FP] \Rightarrow x_L = \frac{x_F + x_P}{2} = \frac{-3+0}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{et } y_L = \frac{y_F + y_P}{2} = \frac{-1-5}{2} = -3$$

$$\Rightarrow U(-\frac{3}{2}; -3)$$

Question 6

$$\begin{aligned} RD &= \sqrt{(x_D - x_R)^2 + (y_D - y_R)^2} \\ &= \sqrt{(8-5)^2 + (-2-(-3))^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Question 7

$$\overrightarrow{XU} \begin{pmatrix} x_U - x_X \\ y_U - y_X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x_X \\ 1 - y_X \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{XU} = \overrightarrow{e}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x_X = -2 \\ 1 - y_X = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_X = -2 - 5 \\ -y_X = -3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_X = 7 \\ y_X = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow X(7; 4)$$

Question 8

$$J(0; 1) !!! \Rightarrow \overrightarrow{JE} \begin{pmatrix} x_E - x_J \\ y_E - y_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-0 \\ -6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Correction Synthèse 2

1)

$$\begin{aligned} 2) AM &= \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1-4)^2 + (3-5)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

3) I milieu du segment [AB] $\Rightarrow$

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Donc } I(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$$

$$4) BM = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-(-2))^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

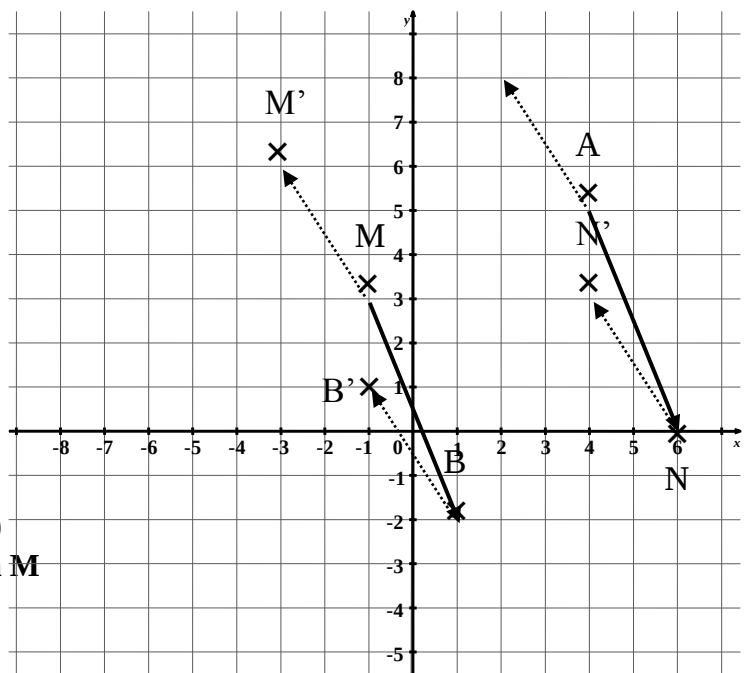
$\Rightarrow$ On a $AM = BM$, donc le triangle est isocèle en M

$$5) \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 1 - (-1) \\ -2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AN} \begin{pmatrix} x-4 \\ y-5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Si } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB}, \text{ on a } \begin{cases} x-4 = 2 \\ y-5 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Donc : } N(6; 0). \text{ Ce qui est vérifié sur le graphique.}$$

6) Comme $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AN}$, le quadrilatère MBNA est un **parallélogramme**.

Comme $MA = MB$, un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de la même longueur étant un losange, MBNA est donc un **losange**.



Correction Synthèse 3

1.

2. I milieu de $[BD]$. $x_I = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

Et $y_I = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{6 + 7}{2} = \frac{13}{2} \Rightarrow I(-5; \frac{13}{2})$

3. $\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-6) \\ 3 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

4. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (6 - 3)^2}$
 $= \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$

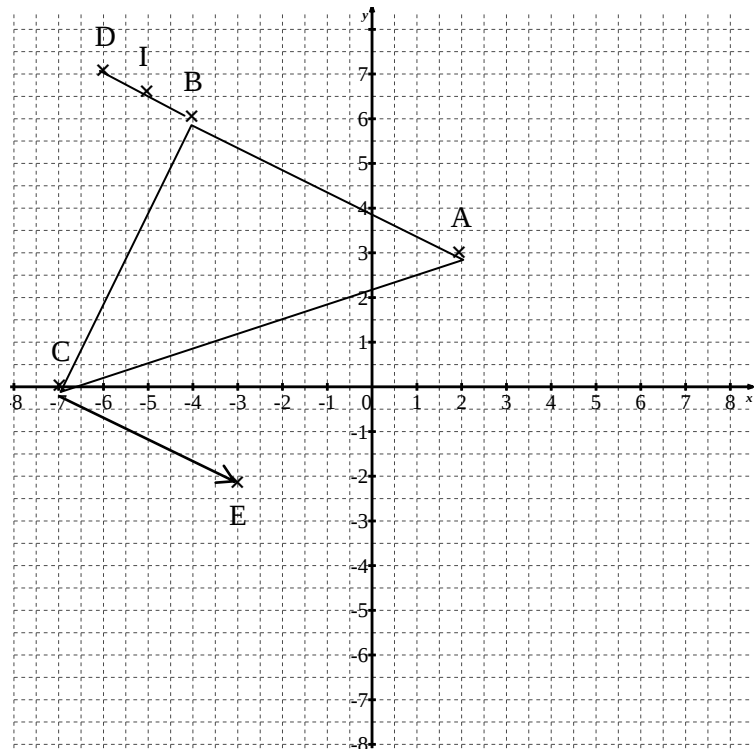
5. $BC = AB$, le triangle ABC est isocèle en B

Par ailleurs :

On a $AC^2 = 90$ et $AB^2 + BC^2 = 45 + 45 = 90$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

$\Rightarrow$ ABC est un triangle isocèle et rectangle en B



Correction Synthèse 4

1) a) $CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$
 $= \sqrt{(2 - (-3))^2 + (1 - (-4))^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$

b) $CA = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (3 - (-4))^2} = 1^2 + 7^2 = \sqrt{50}$

On a $CA = CB$, le triangle ABC est bien **isocèle en C**

2) a) $\Rightarrow$ b) M(-3; 6)

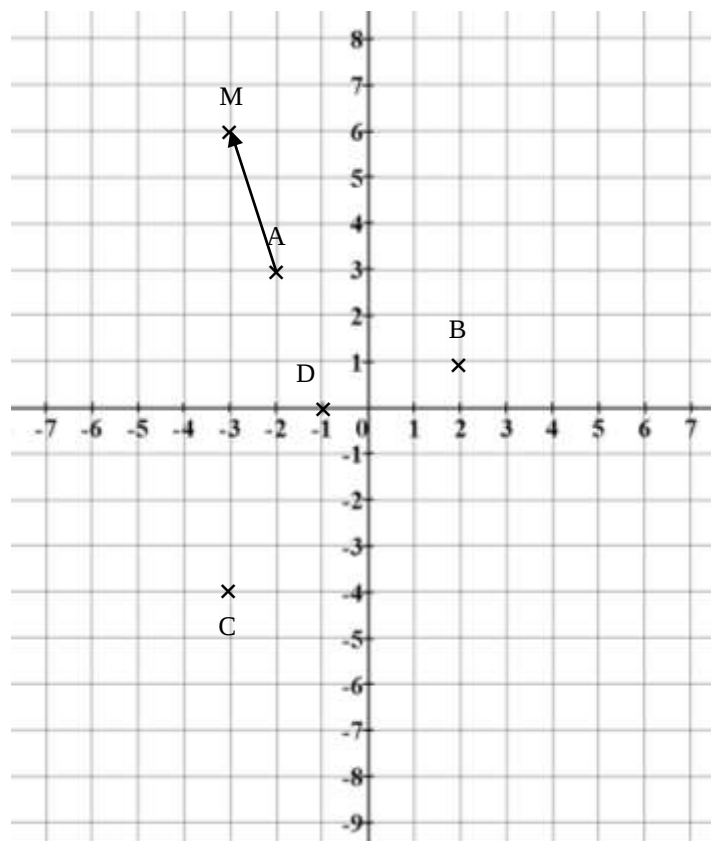
3) a) $\overrightarrow{DP} \begin{pmatrix} x_P - x_D \\ y_P - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - (-1) \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $x_S = \frac{x_M + x_P}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1$ et $y_S = \frac{y_M + y_P}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$
 $\Rightarrow S(1; 4)$

4) a) $\overrightarrow{CN} = \begin{pmatrix} x_N + 3 \\ y_N + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Donc : $x_N + 3 = -2$ et $y_N + 4 = -4$
 $x_N = -5$ et $y_N = -8$

$\Rightarrow N(-5; -8)$



Correction Synthèse 5

$$2) \text{ a. } I \left(\begin{pmatrix} \frac{x_A + x_C}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} \end{pmatrix} \right) = \left(\begin{pmatrix} \frac{-5 + 2}{2} \\ \frac{3 + (-6)}{2} \end{pmatrix} \right) \Rightarrow I \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right) \quad \text{et} \quad J \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right)$$

b. Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui ont le même milieu, c'est donc un **parallélogramme**

$$3) \text{ a. } CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (-6 - 3)^2} = \sqrt{7^2 + (-9)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$$

$$\text{Et } BD = \sqrt{(-7 - 4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130}$$

b. Le parallélogramme ABCD a ses diagonales de la même longueur : il s'agit d'un **rectangle**.

$$4) \text{ b. } \overrightarrow{DA} \left(\begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BF} \left(\begin{pmatrix} x_F - 4 \\ y_F \end{pmatrix} \right) \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x_F - 4 = 2 \\ y_F = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 6 \\ y_F = 6 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{F(6; 6)}$$

Correction Synthèse 6

1	$\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A) = (5 - (-3); -2 - 7)$	A
2	$BC = \sqrt{(5 - 2)^2 + (-7 + 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$	C
3	Si on a E(7 ; -2), alors $BE = \sqrt{5^2 + 1^2} > 5$ - Si on a E(5 ; 1), alors $BE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ Si on a E(-3 ; -4), alors $BE = \sqrt{5^2 + 1^2} > 5$	B
4	$x_M = \frac{-8 + 1}{2} = -3,5$: par élimination, ça ne peut être que la réponse A. (on peut aussi calculer $y_M \dots$)	A
5	$\overrightarrow{AB} = (5 - (-2); -1 - 1) = (7; -2)$ donc $\overrightarrow{BA} = (-7; 2)$!	B
6	$-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = -3(-3; -5) + 2(4; -5) = (9; 15) + (8; -10)$	C
7	$\overrightarrow{MA} = (-x; 5 - y) = 2\overrightarrow{AB} = (-6; -10) \Rightarrow$ On a $\begin{cases} -x = -6 \\ 5 - y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 15 \end{cases}$	A

Correction Synthèse 7

1) a)

x	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	-12	0	8	12	12	8	0	-12

$$b) f(-7) = -\frac{49}{2} + 21 + 8 = \frac{-49 + 58}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow A \in C_f$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2} + 3 + 8 = \frac{21}{2} \Rightarrow B \notin C_f$$

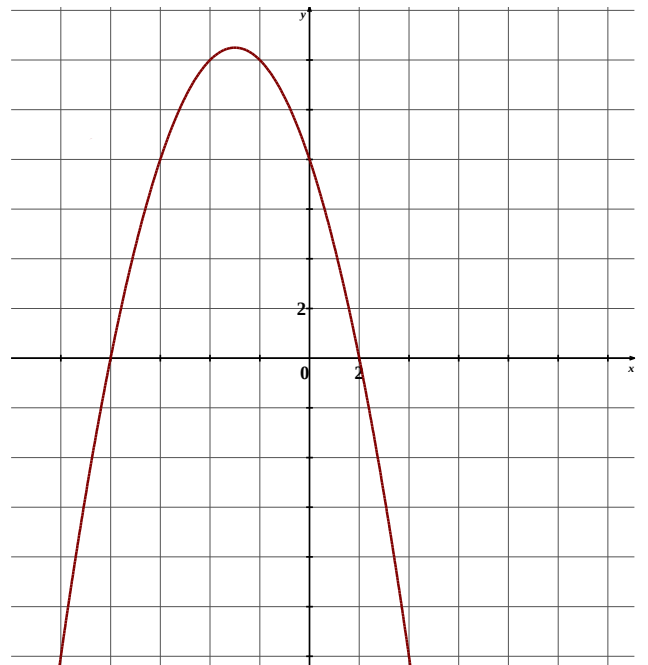
$$f(3) = -\frac{9}{2} - 9 + 8 = -\frac{11}{2} = -5,5 \Rightarrow C \in C_f$$

c) D'après la question 1(a), on a : $D(-4 ; 12)$ et $E(0 ; 8)$.

$$2) a) AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$b) x_M = \frac{1}{2}(x_D + x_E) = \frac{-4}{2} = -2 \text{ et } y_M = \frac{1}{2}(y_D + y_E) = \frac{20}{2} = 10.$$

Donc on a : $M(-2 ; 10)$



Correction Synthèse 8

$$1) a) M \in [BC] ; OB = 2 \text{ et } OC = 5 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5.$$

b) On a : $A(-2 ; 3)$, $B(-2 ; 0)$, $C(5 ; 0)$, $D(5 ; 3)$, $E(0 ; 3)$ et $M(x ; 0)$

$$c) EM = \sqrt{(x_M - x_E)^2 + (y_M - y_E)^2} = \sqrt{(x - 0)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{x^2 + 9}$$

ATTENTION : cette expression n'est pas simplifiable !

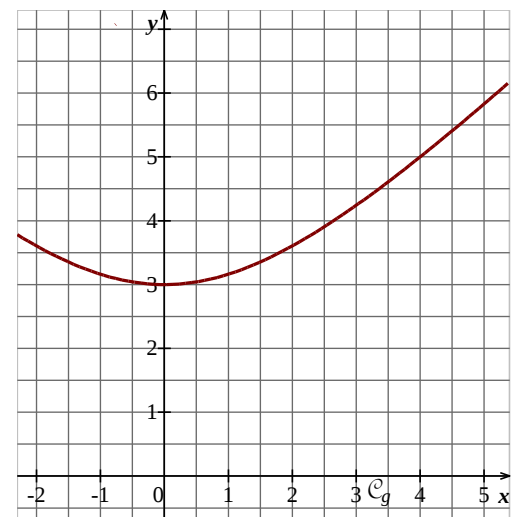
$$\sqrt{x^2 + 9} \neq x + 3$$

(mais si on avait eu $\times$ à la place de $+$, on aurait par contre pu simplifier : $\sqrt{9 \times x^2} = \sqrt{9x^2} = 3x$)

2) a) Cf. ci-contre.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{10}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{13}$	$3\sqrt{2}^*$	5	$\sqrt{34}$

* en effet $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3 \times \sqrt{2}$ car $\sqrt{9} = 3 \dots$



x	-2	0	5
$g(x)$	$\sqrt{13}$	3	$\sqrt{34}$

b)

c)

Sur l'intervalle $[-2 ; 5]$, le maximum de g est $\sqrt{34}$ et son minimum est 3.

3) D'après les deux questions précédentes, lorsque M décrit $[BC]$,

EM vaut donc au minimum 3 cm (quand M est sur O) et au maximum $\sqrt{34}$ (quand M est sur C).

On peut écrire : $3 \leq EM \leq \sqrt{34}$ ou encore : $EM \in [3 ; \sqrt{34}]$

Correction Synthèse 9

1) a. voir ci-contre

b. **B** (1 ; 1) , **E** (-1 ; $-\frac{1}{2}$) et **M** (0 ; -1)

$$2) BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-\frac{1}{2} - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (-\frac{3}{2})^2}$$

$$= \sqrt{4 + \frac{9}{4}}$$

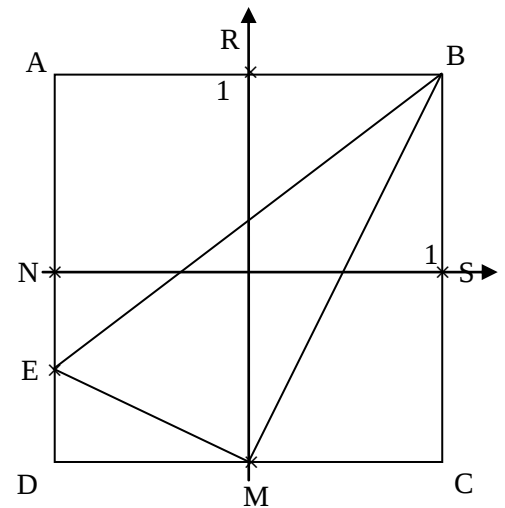
$$= \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$EM = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (-\frac{1}{2} - (-1))^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (\frac{1}{2})^2}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{4}}$$



$$\text{Et } BM = \sqrt{(0 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

3) BE est le plus grand côté et $BE^2 = \frac{25}{4}$ (= 6,25). D'un autre côté, $BM^2 + EM^2 = \frac{5}{4} + 5 = \frac{25}{4}$ (= 6,25)

Comme on a $BE^2 = BM^2 + EM^2$, on peut utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

Le triangle BEM est rectangle en M.