

Savoir Pc. 5 : Arbre - Arbres avec probabilité inconnue

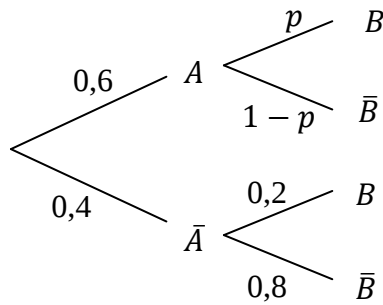
Exercice 16 : Hors contexte

1) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose :

$$p_A(B) = p$$

avec $p \in]0; 1[$.
On sait de plus que :

$$p(B) = 0,53$$



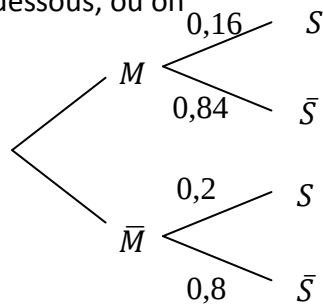
- Exprimer en fonction de p la probabilité $p(A \cap B)$
- Exprimer en fonction de p la probabilité $p(B)$
- En déduire $p_A(B)$ et $p_A(\bar{B})$

2) On donne l'arbre de probabilité ci-dessous, où on pose $p(M) = x$ avec $x \in]0; 1[$.

On sait de plus que : $p(\bar{S}) = 0,83$

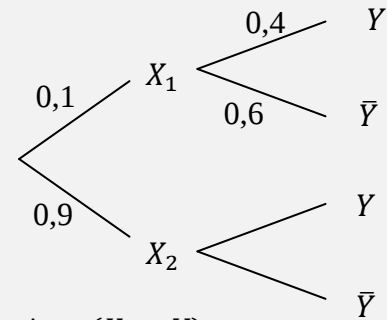
- Justifier que p vérifie l'équation $0,84x + 0,8(1 - x) = 0,83$

- En déduire $p(M)$ et $p(\bar{M})$



Besoin de plus d'entraînement ?

On donne l'arbre de probabilité ci-dessous.



- Calculer $p(X_1 \cap Y)$
- On sait que $p(Y) = 0,31$, en déduire $p(X_2 \cap Y)$
- En déduire $p_{X_2}(Y)$ puis $p_{X_2}(\bar{Y})$

Exercice 17 : Probabilité inconnue (1)

Dans un supermarché, on étudie la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x , où x est un réel de l'intervalle $[0 ; 1]$.

Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les évènements suivants :

R : la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange ;

J : la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

- Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- Déterminer la valeur exacte de x .
- Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ». Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Exercice 18 : Probabilité inconnue (2)

Un institut effectue un sondage pour connaître, dans une population donnée, la proportion de personnes qui sont favorables à un projet d'aménagement du territoire.

Pour cela, on interroge un échantillon aléatoire de personnes de cette population, et l'on pose une question à chaque personne. Parmi les personnes sondées qui ont accepté de répondre à la question posée, 29% affirment qu'elles sont favorables au projet.

L'institut de sondage sait par ailleurs que la question posée pouvant être gênante pour les personnes interrogées, certaines d'entre elles ne sont pas sincères et répondent le contraire de leur opinion véritable.

Ainsi, une personne qui se dit favorable peut :

- soit être en réalité favorable au projet si elle est sincère.
- soit être en réalité défavorable au projet si elle n'est pas sincère.

Par expérience, l'institut estime à 15 % le taux de réponses non sincères parmi les personnes ayant répondu, et admet que ce taux est le même quelle que soit l'opinion de la personne interrogée.

On prélève au hasard la fiche d'une personne ayant répondu, et on définit :

- F l'évènement « la personne est en réalité favorable au projet »
- $\bar{F}$ l'évènement « la personne est en réalité défavorable au projet »
- A l'évènement « la personne affirme qu'elle est favorable au projet »
- $\bar{A}$ l'évènement « la personne affirme qu'elle est défavorable au projet ».

Ainsi, d'après les données, on a $p(A) = 0,29$.

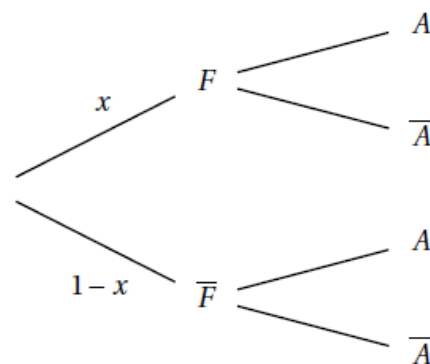
1. En interprétant les données de l'énoncé, indiquer les valeurs de $P_F(A)$ et $P_{\bar{F}}(A)$.

2. On pose $x = P(F)$.

a. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.

b. En déduire une égalité vérifiée par x

3. Déterminer, parmi les personnes ayant répondu au sondage, la proportion de celles qui sont réellement favorables au projet.



Exercice 19 : Synthèse Type 2

Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat de 100 grammes.

Le service contrôle la qualité des fèves de cacao livrées par les producteurs. Un des critères de qualité est le taux d'humidité qui doit être de 7%. On dit alors que la fève est conforme.

L'entreprise a trois fournisseurs différents : le premier fournisseur procure la moitié du stock de fèves, le deuxième 30% et le dernier apporte 20% du stock.

Pour le premier, 98% de sa production respecte le taux d'humidité ; pour le deuxième, qui est un peu moins cher, 90% de sa production est conforme, et le troisième fournit 20% de fèves non conformes.

On choisit au hasard une fève dans le stock reçu. On note F_i l'évènement « la fève provient du fournisseur i », pour i prenant les valeurs 1, 2 ou 3, et C l'évènement « la fève est conforme ».

1. Déterminer la probabilité que la fève provienne du fournisseur 1, sachant qu'elle est conforme. Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .

2. Le troisième fournisseur ayant la plus forte proportion de fèves non conformes, L'entreprise décide de ne conserver que les fournisseurs 1 et 2. De plus, elle souhaite que 92% de fèves qu'elle achète soient conformes. Quelle proportion p de fèves doit-elle acheter au fournisseur 1 pour atteindre cet objectif ?