



Savoir Nc. 2 : Conjugués (et applications)

Exercice 6 : Conjugués et premiers calculs

1) Écrire les conjugués des nombres suivants :

a) $z = 2 + 4i$ b) $z = -3 - 2i$ c) $z = i + (2 - 3i)$ d) $z = -3i + 2$

2) Pour chaque nombre complexe z proposé, calculer le produit $z \cdot \bar{z}$

a) $z = 3 + i$ b) $z = 4i - 1$ c) $z = \sqrt{2} - i$ d) $z = 3 + \sqrt{3}i$

3) On donne la fonction définie sur $\hat{\mathbb{C}}$ par $f(z) = z(\bar{z} + i)$. Calculer $f(2 - 3i)$

Exercice 7 : Quotients de complexes

1) Écrire sous forme algébrique les inverses et quotients suivants :

a) $z = \frac{1}{i}$ b) $z = \frac{3+i}{1+2i}$ c) $z = \frac{1}{2-i\sqrt{3}}$ d) $z = \frac{1-5i}{2i}$ e) $z = \frac{1-i}{1+i}$

2) On donne la fonction définie pour tout complexe $z \neq i$, par $f(z) = \frac{1+i}{2(z-i)}$. Calculer $f(1 + 3i)$

En bonus : Soient deux nombres complexes $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ où a, a', b et b' sont des réels.

Écrire en fonction de a, a', b et b' les formes algébriques des nombres $\frac{1}{\bar{z}}$ et $\frac{z}{z'}$

Exercice 8 : Sur les propriétés des conjugués

Pour tout nombre complexe z on définit : $\mathcal{Z}_1 = z + \bar{z}$; $\mathcal{Z}_2 = \bar{z} - z$; $\mathcal{Z}_3 = \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ et $\mathcal{Z}_4 = \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$

- Calculer $\overline{\mathcal{Z}_1}$ et le comparer à $\mathcal{Z}_1$: que peut-on conclure ?
- Exprimer $\overline{\mathcal{Z}_2}$ en fonction de $\mathcal{Z}_2$: que peut-on conclure sur le nombre $\mathcal{Z}_2$?
- Démontrer que $\mathcal{Z}_3 \in \mathbb{R}$ et que $\mathcal{Z}_4$ est un imaginaire pur.