

Rappels définitions et propriétés des vecteurs

- ❶ **Définition** À la translation qui transforme A en B, on associe le vecteur $\overrightarrow{AB}$
- ❷ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow ABDC$ parallélogramme
- ❸ **Représentants 1** : Si $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants de $\vec{u}$
- ❹ **Représentants 2** : Soit $\vec{u}$ un vecteur et A un point, il existe un unique point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$
- ❺ **Somme de vecteurs** : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ avec ABDC parallélogramme
- ❻ **Relation de Chasles** : Pour tous points A, B et M on a : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$
- ❼ **Multiples** : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} \text{si } k = 0, \text{ on a } M = A ; \text{ si } k = 1, \text{ on a } M = B \\ \text{si } k \in [0; 1] \text{ alors } M \in [AB] \\ \text{si } k \leq 0 \text{ alors } M \in \frac{1}{2} \text{ droite d'origine A qui ne contient pas B} \\ \text{si } k \geq 1 \text{ alors } M \in \frac{1}{2} \text{ droite d'origine A qui contient B} \end{cases}$
- ❽ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
- ❾ **Propriétés** : Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et tout réels k et k' :

$$k \cdot \vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \text{ou} \\ \vec{u} = \vec{0} \end{cases}$$

$$k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$$

$$(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$$

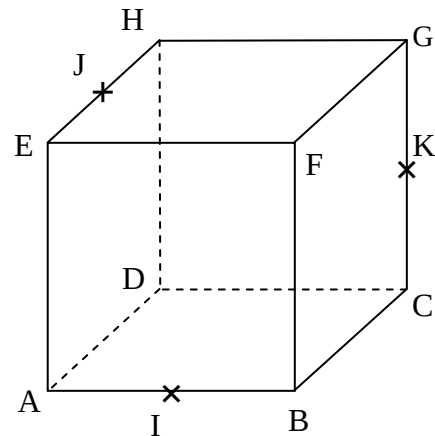
Exemples : ABCDEFGH est un cube et les points I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB], [EH] et [CG].

1) Compléter les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{D \dots} ; \quad \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{\dots} ; \quad \overrightarrow{AI} = \dots \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{\dots} ; \quad \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{\dots} = \overrightarrow{KF}$$

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{\dots} ; \quad \overrightarrow{FB} + 2\overrightarrow{JE} = \overrightarrow{\dots}$$



2) Construire les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{DH}$$

Définitions et propriétés d'un repère

Un repère de l'espace est formé d'un point O (origine)
et de **3 vecteurs non coplanaires** $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$. On le note $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Propriété/définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.

- ❶ Pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

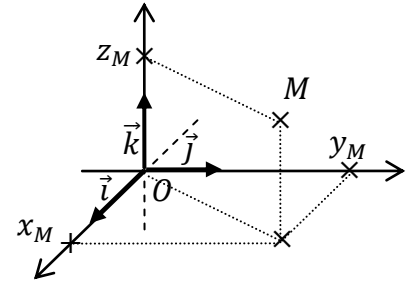
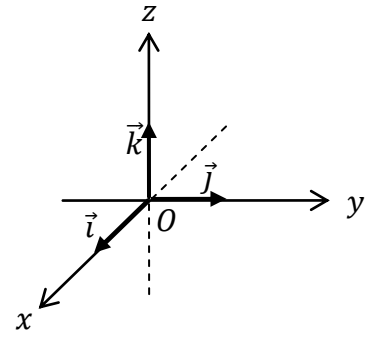
Les nombres x (abscisse), y (ordonnée) et z (**cote**) sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}$

qu'on note $\vec{u}(x; y; z)$ ou $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- ❷ Pour tout point M il existe un unique triplet $(x; y; z)$

tel que $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

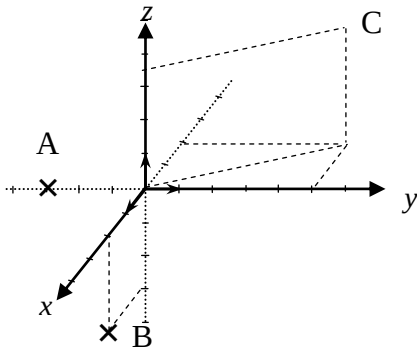
Les nombres x (abscisse), y (ordonnée) et z (**cote**)
sont les coordonnées du point M qu'on note $M(x; y; z)$



Exemples :

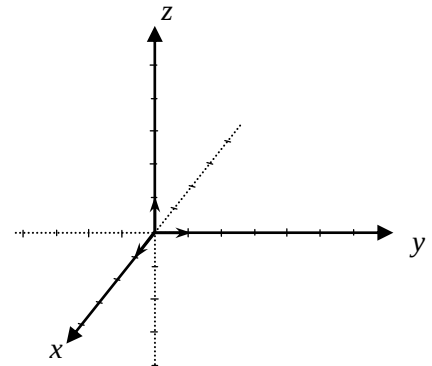
1)

a)



b) $D(-2; -3; 4)$

$E(3; 5; 0)$



Propriétés et coordonnées

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace. Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ et $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$

❶ **Coordonnées de vecteurs** : Soient alors $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

❷ **Somme et multiples de vecteurs** : $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \\ z + z' \end{pmatrix}$ et pour $k \in \mathbb{R}$, $k\vec{u} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{pmatrix}$

❸ **Coordonnées de milieu** : Si M est le milieu de $[AB]$, alors $M \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$

Exemples : 1) Dans $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne $A(3; -1; 0)$; $B(-1; 1; 2)$ et $C(-5; 1; -3)$

Calcul de $\overrightarrow{AB}$ et donc $\overrightarrow{BA}$

$2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$

Calcul des coordonnées de I milieu de $[AC]$

Calcul des coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$

Repère dans un solide

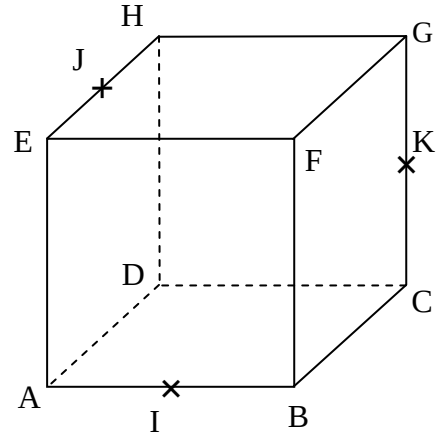
ABCDEFGH est un cube et les points I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB], [EH] et [CG].

a) Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$

- $A(\quad ; \quad ; \quad)$; $B(\quad ; \quad ; \quad)$; $C(\quad ; \quad ; \quad)$; $D(\quad ; \quad ; \quad)$;
 $E(\quad ; \quad ; \quad)$; $F(\quad ; \quad ; \quad)$; $G(\quad ; \quad ; \quad)$; $H(\quad ; \quad ; \quad)$; $I(\quad ; \quad ; \quad)$

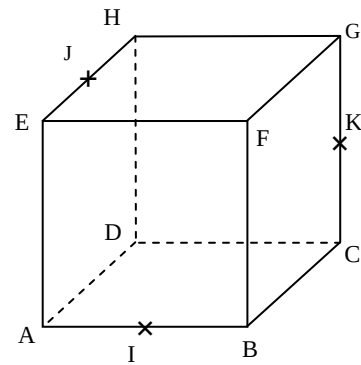
- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GF} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GC} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

- Coordonnées de K



b) Dans le repère $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$

- $A(\quad ; \quad ; \quad)$; $G(\quad ; \quad ; \quad)$ et $\overrightarrow{AF} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{JI} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$



c) Dans ABCDEFGH et dans repère $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BF})$

Calculer $\overrightarrow{BE}$

Calculer coordonnées de M milieu de [HC]

Calculer $\overrightarrow{ME}$

