

Vecteurs directeurs d'un plan

- ❶ **Remarque préliminaire** : A, B et C forment un plan $\Leftrightarrow A, B$ et C ne sont pas alignés
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires

Soient A, B et C trois points formant un plan (ABC) . On pose : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$

- ❷ **Définition** : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des **vecteurs directeurs** du plan (ABC)
- ❸ **Propriété** : Tout plan dirigé par les vecteurs $k\vec{u}$ et $k'\vec{v}$, avec k et k' réels non nuls, est **parallèle** à (ABC)

Coplanarité

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non colinéaires**

- ❶ **Définition** $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires $\Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{R}$ et $\mu \in \mathbb{R}$ tels que : $\vec{w} = \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$
- ❷ **Coplanarité de points, appartenance à un plan** :
- A, B, C et D sont **coplanaires** $\Leftrightarrow D \in (ABC)$
- $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont **coplanaires**
- $\Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{R}$ et $\mu \in \mathbb{R}$ tels que : $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$

Exemples :

1) Dans $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne $A(4; 0; 1); B(1; 3; 1); C(-1; 2; 3); D(-2; -1; 2); E(3; 4; -1)$ et $F(3; 2; 2)$

a) Calculer le vecteur $\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Que peut-on en conclure ?

b) M est défini par $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OF}$. Les vecteurs $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont-ils coplanaires ?

Calcul des coordonnées des 3 vecteurs

Écriture d'un système

Résolution

2) On considère le tétraèdre $ABCD$. Soit M le point tel que $\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{MC}$
Montrer que le point M appartient au plan (ABC)