

Savoirs C.2 : Factorisations

Exercice 7 : Factorisations polynômes

1) Factoriser « naturellement » :

$$A = 6x^2 - 4x$$

$$B = 2x^2 - 22x - 4$$

$$E = 8x^2 - 4x$$

$$F = 4a + 4a^2$$

$$G = 6 + 15x$$

$$H = x^2 - x^3$$

2) Calculer le discriminant et les racines puis factoriser (quand c'est possible) :

$$P(x) = -2x^2 - x + 3$$

$$Q(x) = 5x^2 - 4x + 3$$

$$R(x) = x^2 - x - 1$$

$$S(m) = \frac{m^2}{3} + 4m + 12$$

Un peu plus, si besoin...

$$L = 5x - 5x^2$$

$$M = 15x^2 - 10x + 5$$

$$N = -5 - 6x$$

$$P = 15 - 5x^2$$

$$Q = 8x^2 - 2$$

$$R = 4x^3 - 16x + 12x^2$$

Un peu plus, si besoin...

$$R = -3x^2 + 2x + 1$$

$$h(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 8$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 4$$

$$g(x) = -2x^2 - 9x + 5$$

Exercice 8 : Factorisation des facteurs

Factoriser chaque facteur, lorsque c'est possible.

$$A = (2x - 2)(4 - 2x)$$

$$B = (2x - 3)(-x - 2)$$

$$C = 3x(2x - 6)(-5x - 5)$$

$$D = 3a(a^2 - a)(3 - 9a)$$

$$E = (3x - 3)^2$$

$$F = (-3 - n)^2$$

$$G = 2(-x - 1)(2x + 2)^2$$

$$H = (-2p - 4)^2(p + p^2)$$

Exercice 9 : Factorisations avec facteur commun

Factoriser les facteurs communs dans les expressions suivantes.

$$I = (x + 3)(2x - 5) + 2(3x + 6)(x + 3)$$

$$J = (2x + 3) - (2x + 3)(5x + 7)$$

$$K = (5t + 3)^2 + 3(5t + 3)(7t - 2)$$

Un peu plus, si besoin...

$$L = (1 + 3x)^2 + (1 + 3x)$$

$$M = (4 - 3x)(1 + 2x) - (1 + 2x)^2$$

$$N = (6 - 2x)(5x + 4) + 3(3 + 2x)(6 - 2x)$$

Exercice 10 : Factorisation d'identités remarquables

1) Factoriser si possible les expressions suivantes, en utilisant les identités remarquables

$$M = 9x^2 - 4$$

$$N = 16x^2 - 1$$

$$Q = 25 - 36x^2$$

$$R = 9x^2 - 5$$

$$P = 64x^2 + 49$$

$$T = \frac{x^2}{9} - \frac{16}{25}$$

$$P = (7 - x)^2 - 1$$

$$Q = 25x^2 - (3 - 4x)^2$$

$$R = (x + 1)^2 - (2 + 3x)^2$$

Un peu plus, si besoin...

$$Z = -x^2 + 1$$

$$A = -49x^2 + 16$$

$$C = x^4 - 9$$

$$D = 3x^2 - 1$$

$$B = x^4 - x^2$$

$$F = \frac{5}{4}x^2 - 9$$

$$U = 64 - (2x - 1)^2$$

$$V = 3x^2 - 3$$

$$W = (2x - 3)^2 - (4 + x)^2$$

Exercice 11: Factorisations forcées

1) On donne $A = 4x^2 - 5x + 1$ et $B = -2x^2 + x - 4$

- Factoriser A et B par 2
- Factoriser B par 4
- Factoriser A et B par le signe –

2) On donne (pour $x \neq 0$)

$$E = 3x + 1 - \frac{3}{x} \quad F = x^5 - 2x^3 + x^2 - 1$$

- Factoriser E par x
- Factoriser F par $(-x)$
- Factoriser F par x^3

Un peu plus, si besoin...

1+) On donne $E = -10x^2 + x - 2$ et $F = \frac{x^2}{3} - 2x$

- Factoriser E et F par 2
- Factoriser E par $\frac{1}{2}$
- Factoriser E et F par le signe –

2) On donne (pour $x \neq 0$)

$$C = 4x^2 - 5x + 1 \quad D = x^3 - 2x^2 + \frac{1}{x}$$

- Factoriser C par x
 - Factoriser D par x^2
- Factoriser D par $\frac{1}{x}$

Exercice 12: Factorisation d'un polynôme de degré 3

1) On donne le polynôme $P(x) = -2x^3 + 7x^2 + 7x - 12$

- Montrer que le nombre 4 est une racine du polynôme P
- Montrer qu'on a $P(x) = (x - 4)(-2x^2 - x + 3)$
- Déterminer selon les valeurs de x le signe de $P(x)$
- Pour $x \geq 0$, résoudre $P(x) > 0$

2) On définit le polynôme P par $P(x) = -2x^3 + 12x^2 - 6x - 20$

- Montrer que le nombre 2 est une racine du polynôme P.
- On pose alors $P(x) = (x - 2)Q(x)$ avec $Q(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer les coefficients a, b et c.
- Déterminer le signe du polynôme P

Exercice 13: Simplifier des fractions

1) Simplifier au maximum les fractions suivantes

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^2}{x} & B &= \frac{x^3}{x} & C &= \frac{x}{x^4} \\ E &= \frac{6x^2}{2x} & F &= \frac{3x}{15x^3} & G &= \frac{6}{4x} \end{aligned}$$

2) Simplifier les fractions suivantes en « cassant » la somme puis en simplifiant chaque terme

$$\begin{aligned} A &= \frac{4x - 6}{-2} & B &= \frac{2x - 5}{x} \\ C &= \frac{4x^2 + 3x - 1}{x} & D &= \frac{2x^3 - 3x^2 + x - 1}{x^2} \end{aligned}$$

Un peu plus, si besoin...

$$\begin{aligned} I &= \frac{x^2}{x^3} & J &= \frac{x^5}{x^2} & K &= \frac{x^{12}}{x^4} \\ L &= \frac{14}{7x^2} & M &= \frac{10x^2}{2x} & N &= \frac{16x^2}{18x^4} \end{aligned}$$

Un peu plus, si besoin...

$$\begin{aligned} G &= \frac{5 - 2x}{-x} & H &= \frac{4x^2 + 2}{4x} \\ I &= \frac{x^4 - 3x^3 + x - 1}{-x^2} & K &= \frac{5x^2 - 3x + 30}{-15} \end{aligned}$$

3) Simplifier, quand c'est possible, les fractions :

$$D = \frac{2(x+3)}{2}$$

$$E = \frac{5+x}{5}$$

$$F = \frac{3x+1}{5(3x+1)}$$

$$G = \frac{4x-5}{(4x-5)^2}$$

Un peu plus, si besoin...

$$Q = \frac{12n^2p^6}{4n^3p^6}$$

$$R = \frac{4(x+1)}{x+1}$$

$$S = \frac{-2x-3}{-3}$$

$$U = \frac{5x^2-15x}{5}$$