

Savoirs Pb.2 : Variables aléatoires

Exercice 8: Tirage de boule dans une urne

Une urne contient sept boules marquées 1 ; quatre boules marquées 2 ; 6 boules marquées 3 et trois boules marquées 4. On tire une boule de l'urne et on appelle X la variable aléatoire égale 1 si le numéro obtenu est pair et à -1 sinon.

1. Donner la loi de probabilité de X .
2. Représenter graphiquement cette loi.

Exercice 9: Lancers de dés

1. On lance deux D4, et on considère la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le produit des deux chiffres obtenus. Quelle est la loi de probabilité de X ? Donner sa représentation graphique. Calculer $p(X < 4)$ et $p(X \geq 4)$.
2. On lance deux D6, et on considère la variable aléatoire M qui associe à chaque tirage le plus grand des deux chiffres obtenus. Quelle est la loi de probabilité de M ? Calculer $p(M > 3)$.
3. On lance un D6 truqué pour lequel les probabilités de tirage sont les suivantes :

Tirage	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,5	0,2	0,1	0,1	0,05	

On gagne 3 € si on obtient 6, on perd 2 € si on obtient 1.

- a. Quelle variable aléatoire modélise cette situation ? Donner sa loi de probabilité.
- b. Calculer $p(X \neq 0)$.
4. On lance un dé 10 faces, dont les faces sont numérotées de 0 à 9. Si le dé indique une face paire, on gagne 3 points, si le dé indique 3 ou 9, on perd 1 point et si le dé indique 1 ; 5 ou 7, on perd 5 points. On note X la variable aléatoire du nombre de points gagnés (en positif) ou perdus (en négatif).
 - a. Donner la loi de probabilité de X dans un tableau
 - b. Quelle est la probabilité de gagner au moins 3 points ?
 - c. Calculer $p(X < 0)$

Exercice 10: Espérance, variance et écart-type

On donne ci-dessous les loi de probabilités des variables aléatoires X et Y :

x_i	-10	-2	1	5	10
$p(X = x_i)$	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1

y_i	-50	-20	-10	30	50
$p(Y = y_i)$	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1

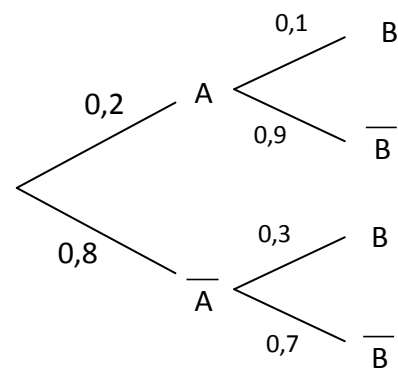
Calculer pour chaque variable l'espérance E , la variance V et l'écart-type σ .
Donner l'intervalle $[E - \sigma ; E + \sigma]$.

Exercice 11 : Jeu modélisé par un arbre de probabilité

On donne l'arbre de probabilités de deux événements A et B ci-contre.
Cet arbre correspond à un jeu tel que :

- Le joueur gagne 6 € lorsque l'événement B se réalise.
Il perd 6 € sinon.
- Le joueur gagne 10 € en plus si l'événement A se réalise et perd 2 € en moins sinon.

On appelle X la variable aléatoire donnant le gain obtenu lorsqu'on joue à ce jeu.



1. Donner la loi de probabilité de X sous forme de tableau.
2. Calculer l'espérance de X .
3. Chaque membre d'une équipe de 15 joueurs joue 40 fois de suite à ce jeu. Combien l'équipe peut-elle espérer gagner ?

Exercice 12 : Tirage de couleurs

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules noires. Un joueur tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. Soit x un réel positif. Lors de chacun des deux tirages, le joueur gagne x euros à chaque fois qu'il obtient une boule rouge et perd 2 euros sinon. On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain du joueur au terme des deux tirages.

1. Donner les différentes valeurs possibles de G en fonction de x .
2. Déterminer la loi de probabilité de G en fonction de x .
3. Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x .
4. Pour quelle valeur de x a-t-on $E(G) \geq 0$? Interpréter le résultat par une phrase.

Exercice 13 : Nombre de pile

On lance 4 fois une pièce de monnaie qui peut retomber de façon équiprobable sur pile ou face.

1. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre pondéré.
2. On s'intéresse au nombre de pile obtenus : déterminer la loi de probabilité correspondante.
3. On s'intéresse au nombre maximum de pile **consécutifs** obtenus : déterminer la loi de probabilité correspondante.