

Savoir Fr. 3 : Fonctions PSD, Variations et extrema

Exercice 7 : Tableaux de signes

On donne les 4 fonctions suivantes et leur discriminant :

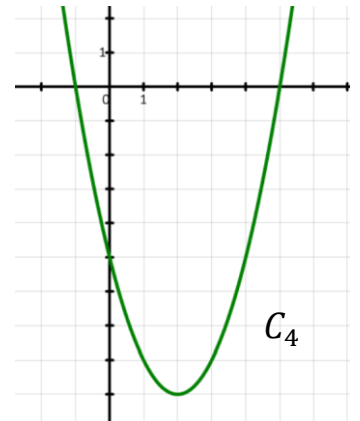
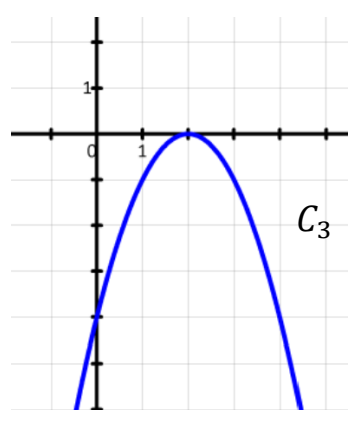
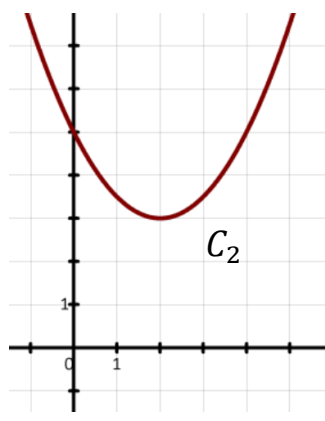
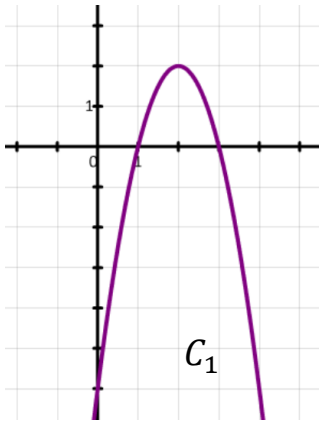
$$f(x) = x^2 - 4x - 5 \quad \Delta = 36$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 4 \quad \Delta = 0$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5 \quad \Delta = -6$$

$$i(x) = -2x^2 + 8x - 6 \quad \Delta = 16$$

On donne les 4 représentations graphiques suivantes :



On donne les 4 tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
T_1		-	0	-	

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
T_2		-	0	+	0	-	

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
T_3		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		$+\infty$
T_4		+	

Associer chaque fonction à sa représentation graphique et à son tableau de signe

Exercice 8 : Tableaux de variations & encadrements

1) Déterminer les tableaux de variations des fonctions suivantes, en précisant leur extremum :

$$P(x) = x^2 + 4x + 3$$

$$Q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$R(x) = 5x^2 - 2x - 3$$

$$S(x) = -3x + 9$$

$$T(x) = -2x^2 + 4x - 5$$

2) On donne les tableaux de variation des 3 fonctions suivantes. En déduire les encadrements demandés

$$f(x) = x^2 + 6x + 1$$

$$g(x) = -2x^2 + 24x - 68$$

$$k(x) = -x^2 + 10x - 24$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-8	$\nearrow$	

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$g(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$k(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	

Encadrement de $f(x)$
sur $[-4 ; 0]$

Encadrement de $g(x)$
pour $x \in [1 ; 5]$

Encadrement de $k(x)$
pour $0 < x \leq 7$

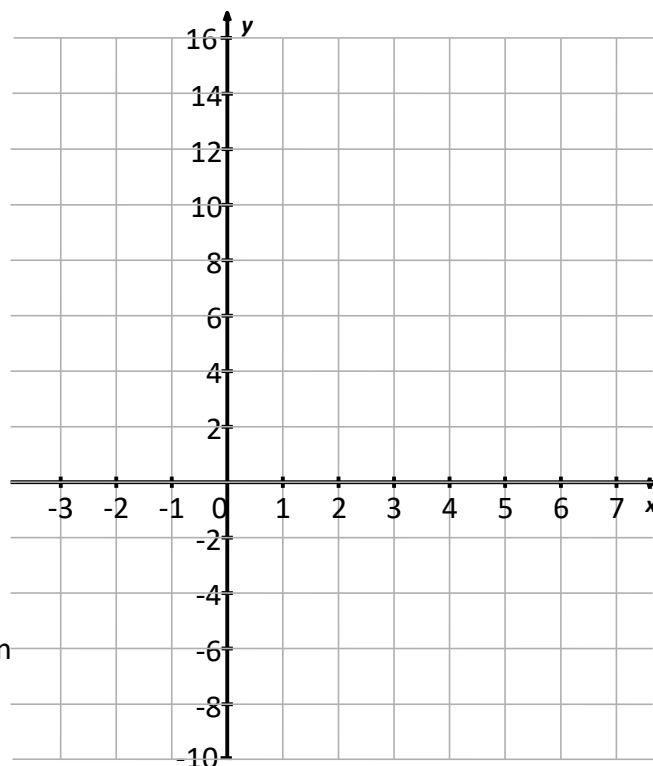
Exercice 9 : Étude simple de fonction

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 4x - 5 \quad \text{et} \quad g(x) = -2x + 3$$

Partie A : Étude de f

- 1) a. Déterminer le tableau de variation de la fonction f
b. Déterminer le tableau de signe de la fonction f
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes.
- 3) a. Faire un tableau de valeurs de pas 1 de la fonction f sur $[-3; 7]$
b. En utilisant les questions précédentes, tracer avec précision la courbe représentative de f sur $[-3; 7]$ dans ce repère :



Partie B : Étude de g

- 1) Établir le tableau de signe de g et son tableau de variation
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de g avec les axes.
- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le même repère.

Partie C : Étude relative des deux courbes

- 1) Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection des courbes de f et de g
- 2) Déterminer algébriquement la position relative des courbes C_f et C_g

Exercice 10 : Un contexte classique

Une usine fabrique et vend des boîtes de jeux pour enfants. Après la fabrication et la vente de x centaines de boîtes de jeux, le bénéfice net réalisé en un mois s'exprime, en euros, par :

$$B(x) = -10x^2 + 900x - 2\,610 \quad \text{pour } x \text{ compris entre 3 et 100}$$

- 1) Dresser le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f(x) = -10x^2 + 900x - 2\,610$
En déduire le tableau de signe de $B(x)$ sur $[3; 100]$
- 2) Déterminer la quantité de boîtes de jeux à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise des bénéfices ?
- 3) Déterminer l'abscisse du sommet de la parabole représentant la fonction f
En déduire la quantité de boîtes de jeux à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.