

Démonstration de la résolution d'une équation du 2nd degré

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0 \quad 1)$$

$$\text{Comme } a \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \quad \quad 2)$$

$$\quad \quad \quad \Leftrightarrow \quad \quad \quad 3)$$

$$\text{On pose } \Delta = b^2 - 4ac \quad \Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \quad 4)$$

Si $\Delta < 0$	Si $\Delta = 0$	Si $\Delta > 0$	5)
Un carré étant toujours positif, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution Si $\Delta < 0$, $S = \emptyset$	$ax^2 + bx + c = 0$ $\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = 0$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ Si $\Delta = 0$, $S = \left\{ \frac{-b}{2a} \right\}$	$ax^2 + bx + c = 0$ $\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right)^2$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ Si $\Delta > 0$, $S = \left\{ \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$	

Schéma de la démonstration

- 1) On factorise par a
- 2) On fait apparaître le début d'un carré parfait (avec $+\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}$)
- 3) On factorise le carré parfait et on passe le reste de l'autre côté du signe égal
- 4) On appelle $\Delta = b^2 - 4ac$
- 5) On discute selon le signe de Δ :
 - si négatif $\Rightarrow$ pas de solution
 - si égal à zéro $\Rightarrow$ une seule solution
 - si positif $\Rightarrow$ deux solutions
- 6) On résout dans les cas $\Delta = 0$ et $\Delta > 0$

Démonstration de la résolution d'une équation du 2nd degré

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0 \quad 1)$$

$$\text{Comme } a \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2 \times \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \quad 2)$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \quad 3)$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

On pose $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \quad 4)$$

Si $\Delta < 0$
Un carré étant toujours positif, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution
Si $\Delta < 0$, $S = \emptyset$

Si $\Delta = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$
$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a}$
Si $\Delta = 0$, $S = \left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

Si $\Delta > 0$
$ax^2 + bx + c = 0$
$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2$
$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
Si $\Delta > 0$, $S = \left\{\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

5)

6)

Schéma de la démonstration

1) On factorise par a

2) On fait apparaître le début d'un carré parfait (avec $+\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}$)

3) On factorise le carré parfait et on passe le reste de l'autre côté du signe égal

4) On appelle $\Delta = b^2 - 4ac$

5) On discute selon le signe de Δ :
 si négatif $\Rightarrow$ pas de solution
 si égal à zéro $\Rightarrow$ une seule solution
 si positif $\Rightarrow$ deux solutions

6) On résout dans les cas $\Delta = 0$ et $\Delta > 0$