

Exercice 15 : Vecteurs directeurs d'un plan, bases et repères

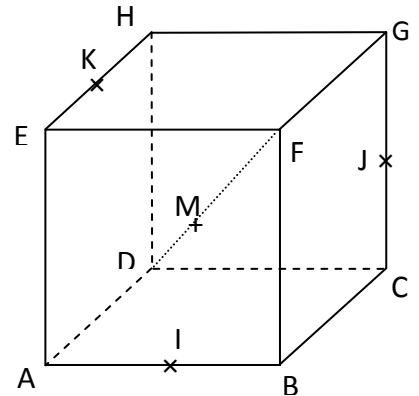
1) Dans le cube $ABCDEFGH$ ci-contre, Les points I, J et K sont les milieux des côtés $[AB]$, $[CG]$ et $[HE]$ et M est le point défini par $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DF}$

Donner deux bases possibles (chercher les plus différentes possibles...) pour chacun des plans suivants :

- a) (ABE) b) (HFG) c) (EKJ) d) (DMI)

2) Dans le même cube, justifier que :

- a) Les points D, M et J forment un plan
 b) $(M, \overrightarrow{MI}, \overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{MC})$ est un repère de l'espace
 c) $(\overrightarrow{DI}, \overrightarrow{DC})$ est une base du plan (ABC)
 e) Le plan (EHC) a pour vecteurs directeurs $\overrightarrow{KB}$ et $\overrightarrow{CB}$



Exercice 16 : Dans un repère

1) a) Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les vecteurs $\vec{u}(-1; 2; 3)$; $\vec{v}(7; 8; -1)$ et $\vec{w}(5; 12; 5)$.

Calculer les coordonnées de $\vec{a} = 2\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils coplanaires ?

2) Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les vecteurs $\vec{a}(4; -1; 3)$; $\vec{b}(-2; 2; 0)$ et $\vec{c}(2; 4; 6)$.

- a) Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils colinéaires ?
 b) Existe-t-il deux réels t et θ tels que $\vec{c} = t\vec{a} + \theta\vec{b}$? Que peut-on en conclure ?

3) On considère les points $A(0; 1; -1)$; $B(2; 1; 0)$; $C(-3; -1; 1)$ et $D(7; 3; -1)$.

- a) Vérifier que les points A, B et C forment un plan
 b) Calculer les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$
 c) Qu'en déduit-on sur les points A, B, C et D ?

4) On considère les points $M(-2; 2; -1)$; $N(2; 0; 3)$; $P(-2; 0; 0)$; $Q(0; -4; 1)$ et $R(-2; -1; -2)$.

- a) Vérifier que les points M, N et P ne sont pas alignés
 b) Montrer que $\overrightarrow{QR}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{MP}$
 c) Qu'en déduit-on pour la droite (QR) ?

5) Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points

$$A\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right) ; B\left(0; \frac{5}{2}; -1\right) ; D\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -1\right) ; E\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -9\right) \text{ et } F\left(\frac{9}{2}; \frac{5}{2}; -1\right)$$

- a) Les points A, B, D et E sont-ils coplanaires ?
 b) Le point F appartient-il au plan (ABD) ?

Exercice 17 : Sans repère

1) On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ ci-contre.

On note I et J les milieux respectifs des côtés $[GH]$ et $[FG]$.

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{FD}$ et $\overrightarrow{DH}$ sont coplanaires.

2) On considère le tétraèdre $ABCD$. E est le milieu de $[BC]$ et F le point tel que $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB}$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

3) On considère le tétraèdre $ABCD$. Soit M le point tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$

Montrer que le point M appartient au plan (ABC)