

Savoir Sd. 1 : Résolution d'équations du 2nd degré

Exercice 0 : Résolution par étape

1^{ère} étape : Bien identifier les coefficients

Dans chacun des cas, identifier les coefficients a , b et c de l'expression $ax^2 + bx + c = 0$
(Attention à l'ordre et aux coefficients nuls)

	a	b	c
$3x^2 - 5x + 1 = 0$			
$0,5x^2 - x + 1,2 = 0$			
$x^2 - 7 = 0$			
$x + \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2} = 0$			

	a	b	c
$2x^2 - 4x = 0$			
$4x^2 + x - \frac{3}{2} = 0$			
$4 - 3x^2 = 0$			
$x^2 - 3x = 5$			

2^{ème} étape : Calculer le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

a) $3x^2 - 5x + 1 = 0$

b) $\frac{x^2}{4} + x - 3 = 0$

c) $3x^2 - 6 = 0$

e) $x^2 - 5x = 0$

g) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

h) $x - 2x^2 + 3 = 0$

3^{ème} étape : Calculer les racines

Dans chaque cas, on donne le discriminant Δ . En déduire le nombre de solutions, et, quand elles existent, calculer ces solutions ($x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_0 = \frac{-b}{2a}$...)

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$ et $\Delta = 36$

b) $-5x + 6x^2 + 1 = 0$ et $\Delta = 1$

c) $2x^2 + 2x - 1 = 0$ et $\Delta = 12$

d) $-3x^2 - 2x - 1 = 0$ et $\Delta = -8$

e) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ et $\Delta = 0$

f) $\frac{3x^2}{4} + 3x - 9 = 0$ et $\Delta = 36$

Exercice 1 : Équation du 2nd degré

Résoudre **intégralement** les équations suivantes : calcul du Δ et, selon le signe, détermination des solutions.

a) $2x^2 + 4x - 30 = 0$

b) $n^2 - 4n + 4 = 0$

c) $-x^2 + 2x = -3$

d) $-2x + 4x^2 + 3 = 0$

e) $x^2 = 10x$

f) $-x^2 - 3x + 1 = 0$

g) $4y^2 - 24 = 0$

h) $5x = 3x^2 + 4$

Un niveau au-dessus

a) $-\frac{x^2}{2} + x + 5 = 0$

b) $t^2 + \frac{5}{3}t - 4 = 0$

c) $\frac{4x^2}{3} - 4x = -\frac{9}{4}$

Exercice 2 : Équations produits ou quotients nuls

Résoudre les équations produits et quotients. Attention, bien penser à donner les domaines de définition pour les quotients (valeurs interdites)

a) $2x(2x^2 - x - 15) = 0$ b) $\frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 3x - 2} = 0$ c) $(x^2 - x)(x^2 + x + 2) = 0$ d) $\frac{2n^2 + 4n - 6}{1 - n} = 0$

Exercice 3 : Racines d'un polynôme de degré 3

On donne le polynôme $P(x) = -2x^3 + 7x^2 + 7x - 12$

- Montrer que le nombre 4 est une racine du polynôme P
- Montrer qu'on a $P(x) = (x - 4)(-2x^2 - x + 3)$
- Résoudre $P(x) = 0$

Un niveau au-dessus

On donne : $R(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

- Montrer que 1 est une racine de R
- On pose : $R(x) = (x - 1)S(x)$
avec $S(x) = ax^2 + bx + c$.
Déterminer les nombres a, b et c
- Déterminer les racines du polynôme R

Exercice 4 : Équations bicarrées *

On donne l'équation $(E) : x^2(x^2 - 2) = 3$

- On pose $Y = x^2$. Montrer qu'on a l'équivalence :
 $x^2(x^2 - 2) = 3 \Leftrightarrow Y^2 - 2Y - 3 = 0$
- Déterminer les deux solutions Y_1 et Y_2 de l'équation $Y^2 - 2Y - 3 = 0$
- En posant $Y_1 = x^2$ et $Y_2 = x^2$, retrouver toutes les solutions de (E)

Sans aide

Résoudre l'équation

$$2x^4 = 8x^2 + 10$$

Exercice 5 : Équations selon un paramètre ***

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = (m + 2)x^2 + 2mx + m - 1 \quad \text{où } m \text{ est un réel.}$$

- Pour quelles valeurs de m le polynôme P est-il du second degré ?
- On suppose $m \neq -2$, Exprimer le discriminant de P en fonction de m .
- a. Pour quelles valeurs de m le polynôme P n'admet-il aucune racine ?

- Pour quelle valeur de m le polynôme P admet-il une unique racine ?
Déterminer cette racine.
- Pour quelles valeurs de m le polynôme P admet-il deux racines distinctes ?
Déterminer ces racines en fonction de m .
- Déterminer les racines de P dans le cas où $m = 0$

Une autre

On donne l'équation :

$$(E_m) \quad x^2 + (m - 1)x - m(2m - 1) = 0$$

- Résoudre cette équation dans le cas où $m = 1$. Même question si $m = 5$
- Existe-t-il des valeurs de m pour lesquelles le nombre 4 est solution de l'équation (E_m) ?
- Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle une solution unique ?