

Correction Synthèse 1

Question 1

$$\overrightarrow{HD} \begin{pmatrix} x_D - x_H \\ y_D - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ 7 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Question 2

$$\overrightarrow{WM} \begin{pmatrix} x_M - x_W \\ y_M - y_W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - 2 \\ y_M + 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{WM} = \overrightarrow{u}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 = -4 \\ y_M + 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -4 + 2 \\ y_M = 3 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathbf{M}(-2; -1)$$

Question 3

$$\text{U milieu de [BS]} \Rightarrow x_U = \frac{x_B + x_S}{2} = \frac{7 - 1}{2} = 3$$

$$\text{et } y_U = \frac{y_B + y_S}{2} = \frac{-8 - 1}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{U}(3; -\frac{9}{2})$$

Question 4

$$\begin{aligned} \text{YL} &= \sqrt{(x_L - x_Y)^2 + (y_L - y_Y)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 6)^2 + (-2 - (-3))^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Question 5

$$\text{L milieu de [FP]} \Rightarrow x_L = \frac{x_F + x_P}{2} = \frac{-3 + 0}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{et } y_L = \frac{y_F + y_P}{2} = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

$$\Rightarrow \mathbf{U}(-\frac{3}{2}; -3)$$

Question 6

$$\begin{aligned} \text{RD} &= \sqrt{(x_D - x_R)^2 + (y_D - y_R)^2} \\ &= \sqrt{(8 - 5)^2 + (-2 - (-3))^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Question 7

$$\overrightarrow{XU} \begin{pmatrix} x_U - x_X \\ y_U - y_X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x_X \\ 1 - y_X \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{XU} = \overrightarrow{e}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x_X = -2 \\ 1 - y_X = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_X = -2 - 5 \\ -y_X = -3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_X = 7 \\ y_X = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathbf{X}(7; 4)$$

Question 8

$$\text{J}(0; 1) !!! \Rightarrow \overrightarrow{JE} \begin{pmatrix} x_E - x_J \\ y_E - y_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - 0 \\ -6 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Correction Synthèse 2

1)

$$\begin{aligned} 2) \text{ AM} &= \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1 - 4)^2 + (3 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

3) I milieu du segment [AB] $\Rightarrow$

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5 - 2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Donc } \mathbf{I}(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$$

$$4) \text{ BM} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

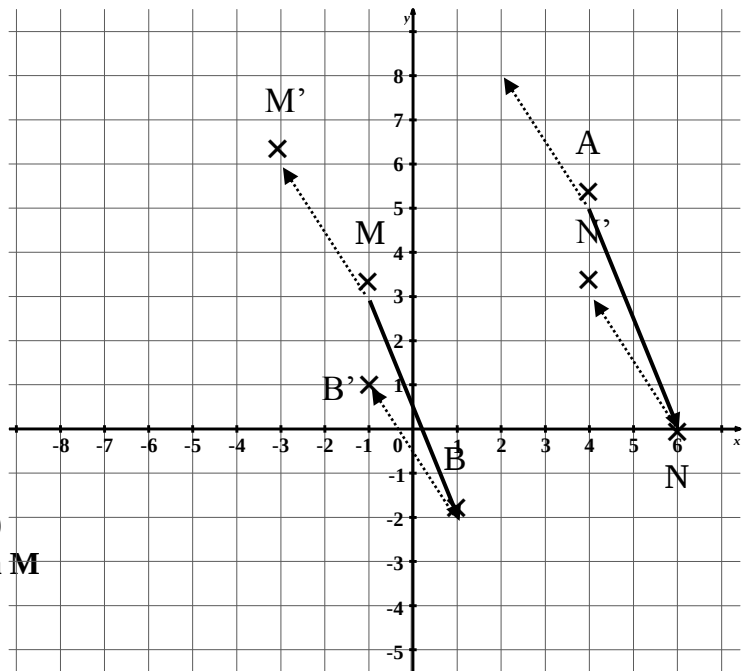
$\Rightarrow$ On a $\text{AM} = \text{BM}$, donc le **triangle est isocèle en M**

$$5) \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 1 - (-1) \\ -2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AN} \begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Si } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB}, \text{ on a } \begin{cases} x - 4 = 2 \\ y - 5 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Donc : } \mathbf{N}(6; 0). \text{ Ce qui est vérifié sur le graphique.}$$

6) Comme $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AN}$, le quadrilatère MBNA est un **parallélogramme**.

Comme $\text{MA} = \text{MB}$, un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de la même longueur étant un losange, MBNA est donc un **losange**.



Correction Synthèse 3

1.

2. I milieu de $[BD]$. $x_I = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

Et $y_I = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{6 + 7}{2} = \frac{13}{2} \Rightarrow I(-5; \frac{13}{2})$

3. $\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-6) \\ 3 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

4. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (6 - 3)^2}$
 $= \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$

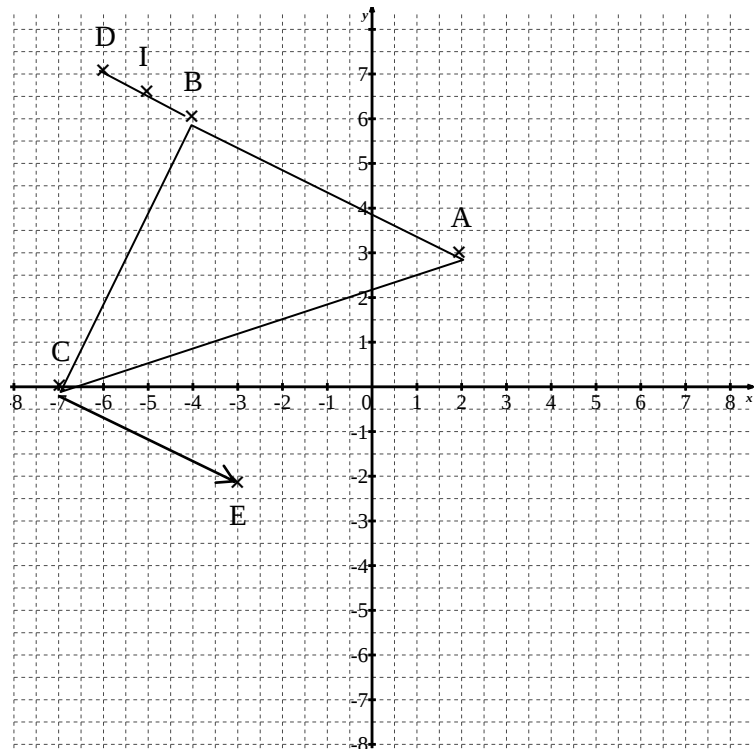
5. $BC = AB$, le triangle ABC est isocèle en B

Par ailleurs :

On a $AC^2 = 90$ et $AB^2 + BC^2 = 45 + 45 = 90$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

$\Rightarrow$ ABC est un triangle isocèle et rectangle en B



Correction Synthèse 4

1) a) $CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$
 $= \sqrt{(2 - (-3))^2 + (1 - (-4))^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$

b) $CA = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (3 - (-4))^2} = 1^2 + 7^2 = \sqrt{50}$

On a $CA = CB$, le triangle ABC est bien **isocèle en C**

2) a) $\Rightarrow$ b) M(-3; 6)

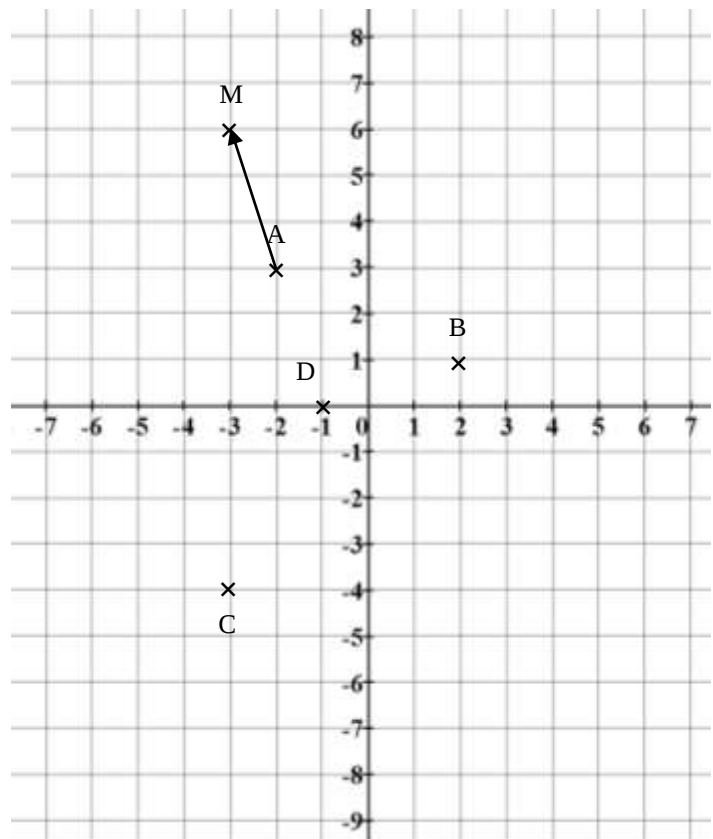
3) a) $\overrightarrow{DP} \begin{pmatrix} x_P - x_D \\ y_P - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - (-1) \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $x_S = \frac{x_M + x_P}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1$ et $y_S = \frac{y_M + y_P}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$
 $\Rightarrow S(1; 4)$

4) a) $\overrightarrow{CN} = \begin{pmatrix} x_N + 3 \\ y_N + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Donc : $x_N + 3 = -2$ et $y_N + 4 = -4$
 $x_N = -5$ et $y_N = -8$

$\Rightarrow N(-5; -8)$



Correction Synthèse 5

$$2) \text{ a. } I \begin{pmatrix} \frac{x_A + x_C}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-5 + 2}{2} \\ \frac{3 + (-6)}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow I \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right) \quad \text{et} \quad J \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right)$$

b. Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui ont le même milieu, c'est donc un **parallélogramme**

$$3) \text{ a. } CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (-6 - 3)^2} = \sqrt{7^2 + (-9)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$$

$$\text{Et } BD = \sqrt{(-7 - 4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130}$$

b. Le parallélogramme ABCD a ses diagonales de la même longueur : il s'agit d'un **rectangle**.

$$4) \text{ b. } \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} x_F - 4 \\ y_F \end{pmatrix} \text{ donc } \begin{cases} x_F - 4 = 2 \\ y_F = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 6 \\ y_F = 6 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{F(6 ; 6)}$$