

Savoir Sv.2 - Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Exercice 6: Travailler avec les écarts en valeur absolue

1. Compléter les équivalences suivantes, de l'inégalité en valeur absolue à l'encadrement.

$ X - 7 < 3 \Leftrightarrow$	$ Z - 10 \leq 2 \Leftrightarrow$
$ K - 20 > 7 \Leftrightarrow$	$ R - 1,4 < 0,2 \Leftrightarrow$

2. Compléter les équivalences suivantes, de l'encadrement à l'inégalité en valeur absolue.

$4 < X < 8 \Leftrightarrow$	$H \notin]100; 200[\Leftrightarrow$
$F \in [40; 60] \Leftrightarrow$	$0 \leq Y \leq 10 \Leftrightarrow$
$T \leq 1,4 \text{ ou } T \geq 2 \Leftrightarrow$	$3,05 < U < 3,15 \Leftrightarrow$

3. Compléter les équivalences suivantes avec des probabilités et des inégalités.

$P(9 < X < 11) < 0,1$	$\Leftrightarrow P(X - \quad < \quad)$
$P(Y - 23 \geq 3) < 0,06$	$\Leftrightarrow P(20 < Y < \quad)$
$P(A - 9 \geq 4) \leq \frac{2}{n}$	$\Leftrightarrow P(A - \quad < \quad)$
$P(0,56 < T_n < 0,6) \geq \frac{0,5}{n}$	$\Leftrightarrow P(T_n - \quad < \quad)$

Exercice 7: Utilisation de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev

- On considère une variable aléatoire X d'espérance 7 et d'écart-type 2.
Montrer que la probabilité que X ne soit pas entre 4 et 10 est inférieure à 0,45.
- On considère une variable aléatoire Y d'espérance 100 et de variance 30.
Montrer que la probabilité que Y soit entre 50 et 150 est supérieure à 98%.
- Dans une population, on note T la taille en centimètres d'un individu choisi au hasard.
On admet que $E(T) = 175$ et $V(T) = 22$.
On tire un individu au hasard.
Montrer qu'on peut être sûr à 90% que sa taille sera comprise entre 1,60 m et 1,90 m.

Exercice 8: Type Bac – novembre 2025 – Nouvelle Calédonie – n°1

On considère un jeu pour lequel chaque partie donne une espérance de gain est de 23,50 € avec une variance égale à 357,75.

Le joueur joue à 100 parties et on note $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ les variables aléatoires indépendantes donnant le gain de chacune de ces parties.

On note $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_{100}$ le gain total obtenu au bout de ces 100 parties.

Démontrer que la probabilité que Z appartienne à l'intervalle $[1950; 2750]$ est supérieure ou égale à 0,75.

Exercice 9: Type Bac – septembre 2025 – Polynésie – n°1

Une auto-école présente pour la première fois à l'examen de conduite 10 candidats qui ont suivi la formation de conduite accompagnée. On modélise le fait de passer les examens de conduite par des épreuves aléatoires indépendantes.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de ces 10 candidats qui auront leur permis dès la première tentative. On admettra que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,747$.

1. Calculer $P(X > 6)$ arrondi au millième. Interpréter ce résultat.
2. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$ arrondis au millième.
3. Il y a aussi 40 candidats qui n'ont pas suivi la formation de conduite accompagnée et qui se présentent pour la première fois à l'examen de conduite. De la même manière, on note Y la variable aléatoire qui donne le nombre de ces candidats qui auront le permis à la première tentative.

On admet que Y est indépendante de la variable X et qu'en fait $E(Y) = 22,53$ et $V(Y) = 9,81$.

On note alors Z la variable aléatoire comptant le nombre total de candidats (parmi les 50) qui auront le permis de conduire dès la première tentative dans cette auto-école.

- a. Exprimer Z en fonction de X et Y . En déduire $E(Z)$ et $V(Z)$ arrondis au millième.
- b. En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est inférieure à 0,12.