

Savoir Ve. 2:

Repères et coordonnées

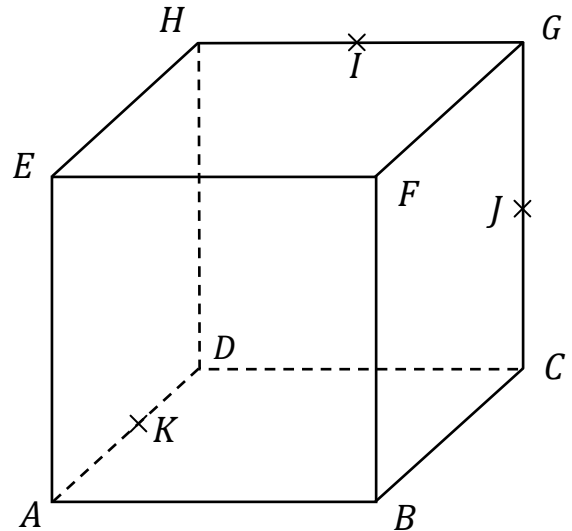
Entraînement 1

1. On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-contre.

Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[HG]$, $[GC]$ et $[AD]$.

On se place dans le repère $(H, \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{HD})$.

- Donner les coordonnées des points D, H, C, B, I et K .
- Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DH}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CJ}, \overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{JK}$.
- Soit $\vec{u} = \overrightarrow{HE} - 4\overrightarrow{HD}$ et $\vec{v} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HD} + 5\overrightarrow{HE} - \overrightarrow{GH}$.
Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



2. Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(0; 1; -2)$ $B(-5; -2; 1)$ $C(10; 1; 0)$.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BA}$ et de $\overrightarrow{AC}$.
- Calculer la longueur AC .
- On appelle R le milieu de $[BC]$. Calculer ses coordonnées.
- On définit le point M par l'égalité :

$$\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}$$

Calculer les coordonnées de M .

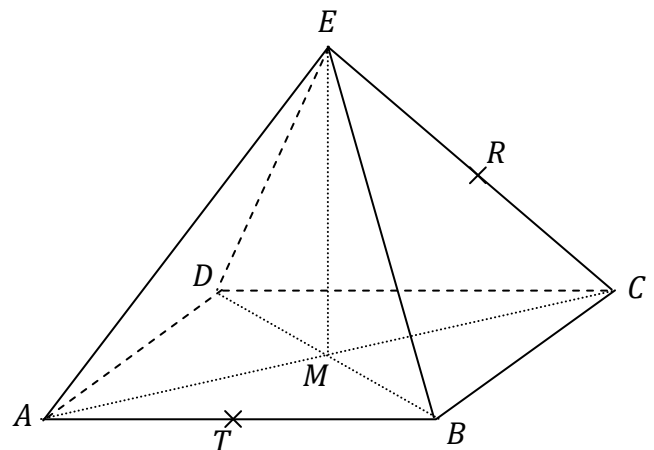
Entraînement 2

1. On considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée représentée ci-contre.

Les points R et T sont les milieux respectifs des segments $[EC]$ et $[AB]$.

On se place dans le repère $(M, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MB})$.

- Donner les coordonnées des points D, C, M, R et T .
- Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{TM}, \overrightarrow{RB}, \overrightarrow{AR}$ et $\overrightarrow{RT}$.
- Soit $\vec{u} = 5\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{EM} - 3\overrightarrow{MB}$.
Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



2. Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $M(5; -3; 2)$ $N(-1; 0; 4)$ $P(3; -2; 1)$.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{NP}$ et de $\overrightarrow{PM}$.
- Calculer la longueur NP .
- On appelle S le milieu de $[MN]$. Calculer ses coordonnées.
- On définit le point K par l'égalité :

$$\overrightarrow{NK} = 3\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM}$$

Calculer les coordonnées de K .

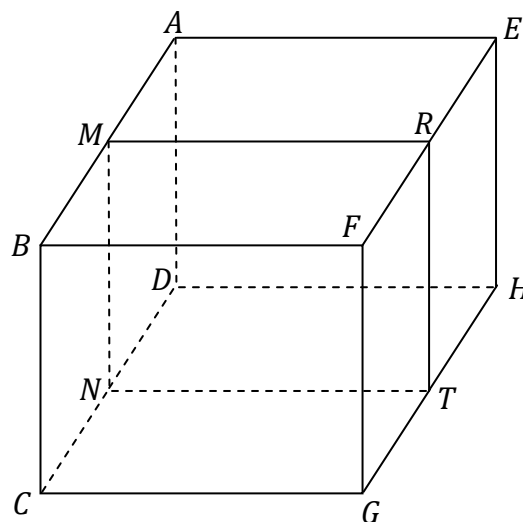
Entraînement 3

1. On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-contre.

Les points M, N, T et R sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[DC]$, $[GH]$ et $[EF]$.

On se place dans le repère $(T, \overrightarrow{TN}, \overrightarrow{TG}, \overrightarrow{TR})$.

- Donner les coordonnées des points G, T, E, D, A et B .
- Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{NT}, \overrightarrow{GM}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AT}$.
- Soit $\vec{u} = 5\overrightarrow{TN} - \overrightarrow{TG}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{GT} - 7\overrightarrow{TN}$.
Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



2. Soit α un nombre réel.

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $K(-3; 4; \alpha)$ $R(2; 4; 1 - \alpha)$ $G(\alpha; 2; -1)$.

- Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{GR}$ et de $\overrightarrow{KG}$ en fonction de α .
- Exprimer la longueur GR en fonction de α . Simplifier l'expression obtenue.
- On appelle I le milieu de $[KR]$. Exprimer ses coordonnées en fonction de α .
- On définit le point M par l'égalité :

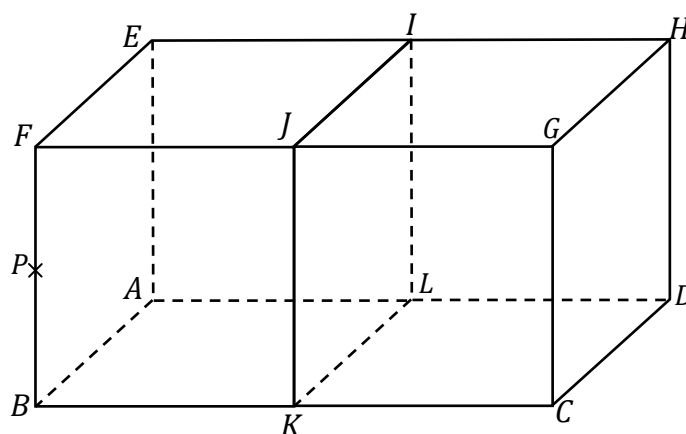
$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{KG} - \overrightarrow{GR}$$

Exprimer les coordonnées de M en fonction de α .

Entraînement n°4

1. On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-contre. Les points I, J, K, L et P sont les milieux respectifs des segments $[EH]$, $[FG]$, $[BC]$, $[AD]$ et $[BF]$. On se place dans le repère $(L, \overrightarrow{LA}, \overrightarrow{LK}, \overrightarrow{LI})$.

- Donner les coordonnées des points I, F, H, C et P .
- Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{HP}$.
- Donner les coordonnées du vecteur $\vec{v} = -\frac{1}{7}\overrightarrow{KL} + 2\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LI}$.



2. Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $R(-2; 3; 5)$ $T(-1; 0; -2)$ $F(6; -1; 2)$.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{RT}$.
- Calculer la longueur RT .
- On appelle M le milieu de $[TF]$. Calculer ses coordonnées.
- On définit le point N par l'égalité $\overrightarrow{TN} = -2\overrightarrow{RT}$. Calculer les coordonnées de N .

Corrections Savoir Ve. 2

Corrigé Entraînement n°1

1. a. $D(0; 0; 1)$, $H(0; 0; 0)$, $C(0; 1; 1)$, $B(1; 1; 1)$, $I\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ et $K\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.
 b. $\overrightarrow{DH}(0; 0; -1)$, $\overrightarrow{CB}(1; 0; 0)$, $\overrightarrow{CJ}\left(0; 0; -\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{EC}(-1; 1; 1)$ et $\overrightarrow{JK}\left(\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{2}\right)$.
 c. $\vec{u}(1; 0; -4)$ et $\vec{v}\left(5; 1; \frac{1}{3}\right)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \\ z_A - z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b. $AC = \sqrt{(x_{\overrightarrow{AC}})^2 + (y_{\overrightarrow{AC}})^2 + (z_{\overrightarrow{AC}})^2} = \sqrt{100 + 0 + 4} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

c. On trouve :

$$S\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}; \frac{z_B + z_C}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

d. Soit $(x; y; z)$ les coordonnées du point M . On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MB} &= \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5 - x \\ -2 - y \\ 1 - z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5 - x \\ -2 - y \\ 1 - z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 25 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On a donc : $M(-30; -5; 0)$.

Corrigé Entraînement n°2

1. a. $D(0; 0; -1)$, $C(1; 0; 0)$, $M(0; 0; 0)$, $R\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ et $T\left(-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$.
 b. $\overrightarrow{MB}(0; 0; 1)$, $\overrightarrow{TM}\left(\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{RB}\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$, $\overrightarrow{AR}\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ et $\overrightarrow{RT}\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
 c. $\vec{u}(-1; 0; 5)$ et $\vec{v}(2; -1; -3)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix} x_P - x_N \\ y_P - y_N \\ z_P - z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

b. $NP = \sqrt{(x_{\overrightarrow{NP}})^2 + (y_{\overrightarrow{NP}})^2 + (z_{\overrightarrow{NP}})^2} = \sqrt{16 + 4 + 9} = \sqrt{29}$.

c. On trouve :

$$S\left(\frac{x_M + x_N}{2}; \frac{y_M + y_N}{2}; \frac{z_M + z_N}{2}\right) = \left(2; -\frac{3}{2}; 3\right)$$

d. Soit $(x; y; z)$ les coordonnées du point K . On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{NK} &= 3\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 1 \\ y \\ z - 4 \end{pmatrix} &= 3\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 1 \\ y \\ z - 4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 14 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On a donc : $K(13; -7; -4)$.

Corrigé Entraînement n°3

1. a. $G(0; 1; 0)$, $T(0; 0; 0)$, $E(0; -1; 1)$, $D(1; -1; 0)$, $A(1; -1; 1)$ et $B(1; 1; 1)$.
b. $\overrightarrow{NT}(-1; 0; 0)$, $\overrightarrow{GM}(1; -1; 1)$, $\overrightarrow{EB}(1; 2; 0)$, $\overrightarrow{CE}(-1; -2; 1)$ et $\overrightarrow{AT}(-1; 1; -1)$.
c. $\vec{u}(5; -1; 0)$ et $\vec{v}(-7; -1; 2)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{GR} \begin{pmatrix} x_R - x_G \\ y_R - y_G \\ z_R - z_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - \alpha \\ 2 \\ 2 - \alpha \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KG} \begin{pmatrix} \alpha + 3 \\ -2 \\ -1 - \alpha \end{pmatrix}$.

b. $GR = \sqrt{(x_{\overrightarrow{GR}})^2 + (y_{\overrightarrow{GR}})^2 + (z_{\overrightarrow{GR}})^2} = \sqrt{(2 - \alpha)^2 + 4 + (2 - \alpha)^2} = \sqrt{12 - 4\alpha + 2\alpha^2}$.

c. On trouve :

$$I \left(\frac{x_K + x_R}{2}; \frac{y_K + y_R}{2}; \frac{z_K + z_R}{2} \right) = \left(-\frac{1}{2}; 4; \frac{1}{2} \right)$$

d. Soit $(x; y; z)$ les coordonnées du point M . On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MG} &= \overrightarrow{KG} - \overrightarrow{GR} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \alpha - x \\ 2 - y \\ -1 - z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha + 3 \\ -2 \\ -1 - \alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 - \alpha \\ 2 \\ 2 - \alpha \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \alpha - x \\ 2 - y \\ -1 - z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2\alpha + 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\alpha - 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On a donc : $M(-\alpha - 1; 6; 2)$.

Corrigé Entraînement n°4

1. a. On obtient : $I(0; 0; 1)$, $F(1; 1; 1)$, $H(-1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 0)$ et $P(1; 1; \frac{1}{2})$.

b. On obtient : $\overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HP} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$. c. $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{7} \\ -1 \end{pmatrix}$.

2. a. $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}$. b. $RT = \sqrt{1 + 9 + 49} = \sqrt{59}$. c. $M(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 0)$.

d. Soit $N(x; y; z)$. On a : $\overrightarrow{TN} = -2\overrightarrow{RT} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 1 \\ y \\ z + 2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} \Leftrightarrow N(-3; 6; 12)$