

Exercices de synthèse

Synthèse 1 : Calcul mélangés

Dans toutes les questions suivantes, on se place dans un repère orthonormé (O, I, J)

Question 1

On donne : A (-3 ; 5), D (0 ; 7) et H (-2 ; -4).

Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{HD}$

Question 2

On donne les points W (2 ; -4), D (-3 ; -1)
et le vecteur $\vec{u}$ (-4 ; 3)

Calculer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{WM} = \vec{u}$

Question 3

On donne : B (7 ; -8), E (-5 ; 0) et S (-1 ; -1).

Calculer les coordonnées du point U, milieu de [BS]

Question 4

On donne : F (-4 ; 0), Y (6 ; -3) et L (3 ; -2).

Calculer la longueur YL

Question 5

On donne : P (0 ; -5), A (-6 ; 4) et F (-3 ; -1).

Calculer les coordonnées du point L, milieu de [FP]

Question 6

On donne : D (8 ; -2), R (5 ; -3) et S (-1 ; 0).

Calculer la longueur RD

Question 7

On donne les points M (-7 ; 2), U (5 ; 1)
et le vecteur $\vec{e}$ (-2 ; -3)

Calculer les coordonnées de X tel que : $\overrightarrow{XU} = \vec{e}$

Question 8

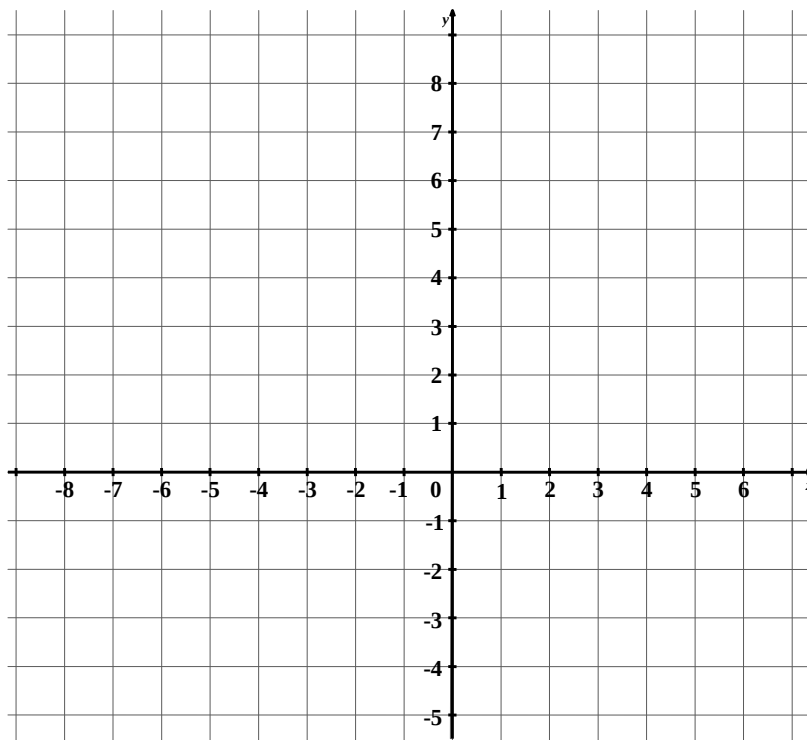
On donne : N (-4 ; -5), Y (-2 ; 7) et E (9 ; -6).

Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{JE}$

Synthèse 2 : Questions enchainées

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on considère les points A(4 ; 5) ; B(1 ; -2) et M(-1 ; 3)

- 1) Placer les points A, B et M dans le repère ci-contre. On complètera la figure.
- 2) Calculer la longueur AM.
- 3) Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AB].
- 4) Le triangle ABM est-il isocèle ? Justifier à l'aide d'un calcul.
- 5) Soit N le point tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB}$
Calculer les coordonnées du point N.
Vérifier le résultat graphiquement.
- 6) Quelle est la nature du quadrilatère AMBN ? Justifier.

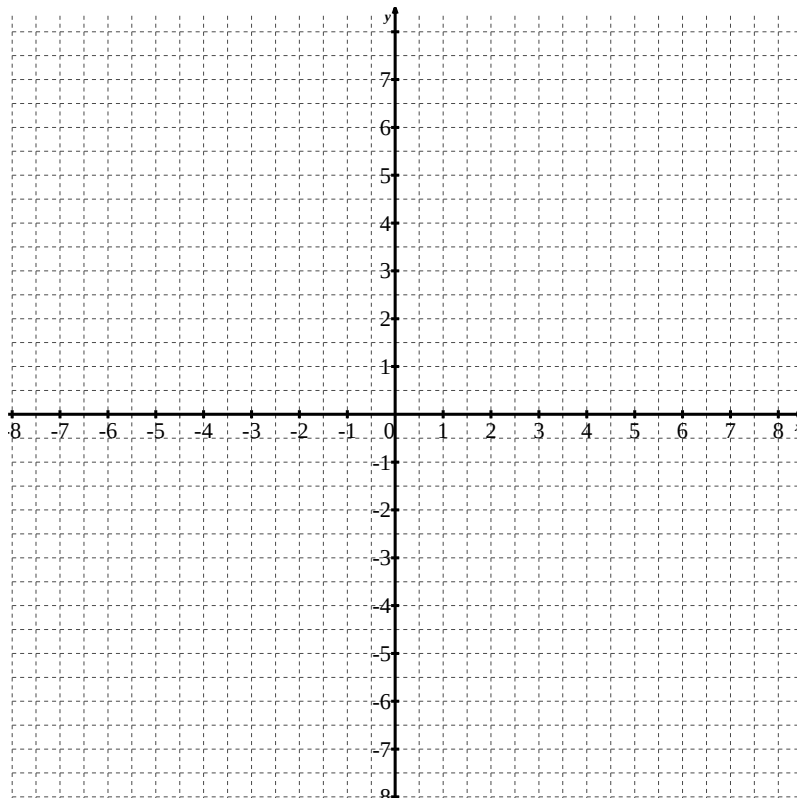


Synthèse 3 : Questions enchainées (bis)

Dans un repère orthonormé du plan, on donne A(2; 3), B(-4; 6), C(-7; 0) et D(-6; 7).

Justifier toutes les réponses.
Ne pas oublier les formules.

1. Placer les points dans le repère ci-contre.
On complètera la figure au fur et à mesure des questions.
2. Calculer les coordonnées du point I milieu de [BD].
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DA}$.
4. Calculer AB
5. On a $BC = \sqrt{45}$ et $AC = \sqrt{90}$.
Quelle est la nature du triangle ABC ?



Synthèse 4 : Questions enchaînées (ter)

On donne les points : A (-2 ; 3) ; B (2 ; 1) ; C (-3 ; -4) et D (-1 ; 0)

- 1) a) Calculer la valeur exacte de CB
- b) Démontrer que ABC est un triangle isocèle en C

- 2) a) Construire graphiquement le point M tel que :

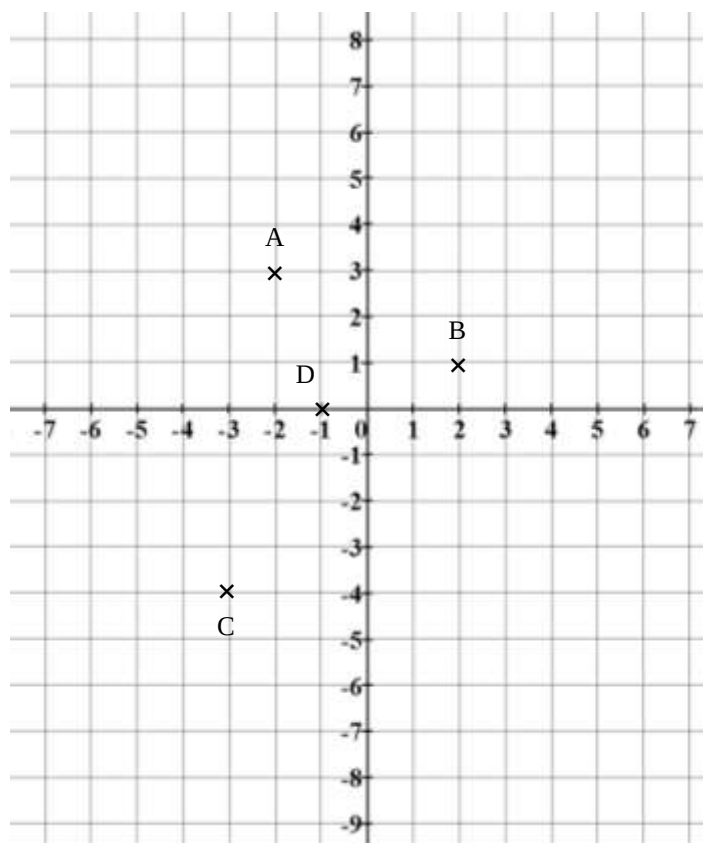
$$\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- b) Déterminer graphiquement les coordonnées de M

- 3) Soit le point P (5 ; 2)

- a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{DP}$
- b) Soit S le milieu de [MP]. Calculer les coordonnées de S

- 4) a) Déterminer par le calcul les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{CN} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$



Synthèse 5 : Un ti dernier...

- 1) Dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm (ou 1 carreau), placer les points :

A (-5 ; 3) ; B (4 ; 0) ; C (2 ; -6) ; D (-7 ; -3) et E (-1 ; -5).

- 2) Soit I et J les milieux respectifs des segments [AC] et [BD].

- a. Calculer les coordonnées de I et de J.
- b. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ?

- 3) a. Calculer les longueurs AC et BD.

- b. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ?

- 4) a. Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}$

- b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point F

Synthèse 6 : QCM

	A	B	C
1. Si $A(-3; 7)$ et $B(5; -2)$ alors	$\overrightarrow{AB}(8; -9)$	$\overrightarrow{AB}(-8; 9)$	$\overrightarrow{AB}(-9; 8)$
2. Dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité 1 cm, on a : $B(2; -3)$ et $C(5; -7)$ Combien vaut BC ?	$BC = \sqrt{7}$ cm	$BC = \sqrt{149}$ cm	$BC = 5$ cm
3. Dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité 1 cm, on a : $D(2; -3)$. On sait que $DE = 5$ cm. Quelles peuvent être les coordonnées de E ?	$E(7; -2)$	$E(5; 1)$	$E(-3; -4)$
4. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on a : $D(-8; 5)$ et $F(1; -3)$ M est le milieu de [DF], on a :	$M(-3,5; 1)$	$M(4,5; -4)$	$M(-4,5; 4)$
5. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on a : $A(-2; 1)$ et $B(5; -1)$. On a alors :	$\overrightarrow{AB}(3; -2)$	$\overrightarrow{BA}(-7; 2)$	$\overrightarrow{AB}(7; 0)$
6. On donne $A(0; 5)$, $B(-3; 0)$, $C(4; 0)$. Les coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ sont	$(1; -10)$	$(-17; -5)$	$(17; 5)$
7. Avec les mêmes points A, B, C qu'à la question 6, les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AB}$ sont	$(6; 15)$	$(-6; -15)$	$(6; -15)$

Synthèse 7 : Lien avec les fonctions [1]

On donne la fonction f définie par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 8$

- 1) a) Dans un repère orthonormé (O, I, J) avec 2 unités pour 1 carreau, tracer C_f , la courbe représentative de f , sur l'intervalle $[-10; 4]$ en prenant un tableau de valeurs de pas 2.
 b) Les points $A\left(-7; \frac{9}{2}\right)$, $B(-1; 10)$ et $C(3; -5,5)$ appartiennent-ils à la courbe représentative de f ? Justifier.
 c) Soit D le point de C_f d'abscisse -4 , et E le point d'intersection entre C_f et l'axe des ordonnées (Oy). Déterminer les coordonnées des points D et E à partir du tableau de valeurs de la question 1(a).
- 2) a) Calculer la longueur du segment [AC]
 b) Soit M le milieu de [DE]. Calculer les coordonnées du point M.

Synthèse 8 : Lien avec les fonctions [2]

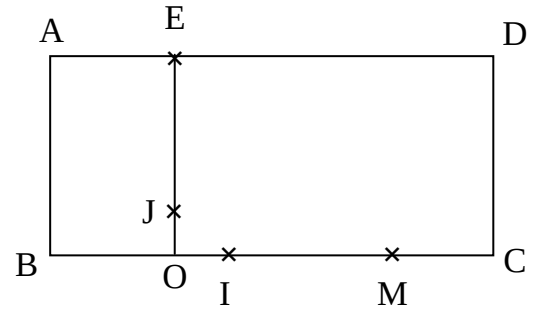
Dans le rectangle ABCD ci-contre, on définit un repère orthonormé (O, I, J) tel que $OI = OJ = 1$ cm.

(OE) // AB). On admettra que les quadrilatères ABOE et EOCD sont des rectangles.

On donne $AB = 3$ cm ; $BC = 7$ cm ; $AE = 2$ cm et $OC = 5$ cm.

Le point M est un point du segment [BC].

On appelle x l'abscisse de M dans le repère (O, I, J).



- 1) a) Donner un encadrement de x .
 b) Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E et M dans le repère (O, I, J).
 c) Exprimer la longueur EM en fonction de x .
- 2) Soit g la fonction définie sur $[-2 ; 5]$ par $g(x) = \sqrt{x^2 + 9}$
 - a) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé d'unité 1 cm, à l'aide d'un tableau de valeurs de pas 1.
 - b) Tracer le tableau de variation de la fonction g
 - c) Déterminer les extrema de la fonction g sur l'intervalle $[-2 ; 5]$
- 3) D'après les deux questions précédentes, expliquer quelle sera la valeur minimale et la valeur maximale de la longueur EM lorsque le point M décrit le segment [BC].

Synthèse 9 : Dans une figure

ABCD est un carré de 12 cm de côté et de centre O.

Les points M, N, R et S sont les milieux respectifs des segments [CD], [AD], [AB] et [BC]

E est le point du segment [AD] tel que $DE = 3$ cm.

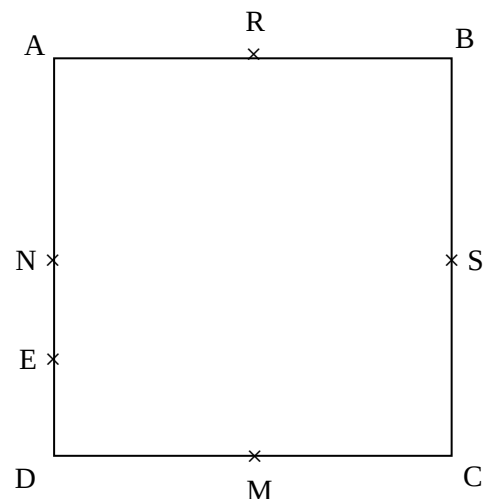
On cherche à démontrer que le triangle BEM est rectangle...

Pour cela, on choisit dans la figure le repère (O, S, R) :

c'est-à-dire que O est l'origine du repère,

le point S a pour coordonnées (1 ; 0)

Le point R a pour coordonnées (0 ; 1)



- 1) a. Tracer le repère (O, S, R) sur la figure ci-contre.
 b. Donner les coordonnées dans le repère (O, S, R) des points B, E et M.
- 2) Calculer les longueurs BE, EM et BM
- 3) Le triangle BEM est-il bien rectangle ? Justifier.