

Type Bac CORRECTION

Correction Exercice 1

1. a. $u_1 = 180 + \frac{4}{100} \times 180 = 187,2 \Rightarrow$ Il y aurait **187 200 spectateurs en 2019.**

b. Augmenter de 4 % revient à multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1,04$ d'une année sur l'autre. On a $u_{n+1} = 1,04u_n \Rightarrow$ la suite (u_n) est bien **géométrique, de raison 1,04** et de 1^{er} terme $u_0 = 180$.

c. $u_n = u_0 \times q^n = 180 \times 1,04^n$

2. a. On soustrait 10 d'une année sur l'autre, donc $v_{n+1} = v_n - 10 \Rightarrow$ la suite (v_n) est arithmétique de raison -10 et de 1^{er} terme $v_0 = 260$

b. La suite (u_n) est géométrique de 1^{er} terme positif et de raison supérieure à 1, elle est donc **croissante**, la suite (v_n) est arithmétique de raison négative, elle est donc **décroissante**.

c. En affichant à la calculatrice les termes des deux suites, on trouve :

$u_4 \simeq 211$ et $v_4 \simeq 220$ donc on a encore $u_4 < v_4$

Mais $u_5 \simeq 219$ et $v_5 \simeq 210$ donc cette fois $u_5 > v_5$

Selon ces modèles, c'est au bout de 5 ans, à partir de 2023, que le nombre de spectateurs du complexe risque de dépasser celui du cinéma de centre-ville.

Correction Exercice 2

1. a. $h_1 = 1,6$ et $h_2 = \frac{4}{5} \times 1,6 = 1,28$. b. $h_{n+1} = \frac{4}{5} h_n$

c. La suite (h_n) est **géométrique** de raison $\frac{4}{5}$ et de 1^{er} terme $h_0 = 2$

d. La suite géométrique (h_n) a son 1^{er} terme positif et une raison $q \in]0; 1[$: elle est donc **décroissante**

2. On cherche $h_n \leq 0,2$

À la calculatrice, on trouve $h_{10} \simeq 0,215$ et $h_{11} \simeq 0,172 \Rightarrow$ **à partir du rang $N = 11$**

3. On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = 0$ donc, oui, au bout d'un grand temps, la balle ne rebondira plus

Correction Exercice 3

1. $B3 : " = B2 * 1,03 "$

2. a. Pour la 1^{ère} estimation, augmenter de 3% revient à multiplier par $1 + \frac{3}{100} = 1,03$ d'une semaine à l'autre, donc on a $u_{n+1} = 1,03u_n$: la suite (u_n) est **géométrique** de raison 1,03 et de 1^{er} terme $u_1 = 1000$.

Pour la 2^{ème} estimation, on ajoute 40 d'une semaine à l'autre, donc on a $v_{n+1} = v_n + 40$: la suite (v_n) est **arithmétique** de raison 40 et de 1^{er} terme $v_1 = 1000$.

b. $v_n = v_1 + (n - 1)R = 1000 + 40(n - 1) = 100 + 40n - 40 = \mathbf{960 + 40n}$. CQFD

c. $u_n = v_1 \times q^{n-1} = \mathbf{1000 \times 1,03^{n-1}}$

3. On cherche $v_n \leq u_n \Leftrightarrow v_n - u_n \leq 0 \Leftrightarrow w_n \leq 0$

D'après le tableau, on voit que $w_{20} = 6 > 0$ alors que $w_{21} = -6 < 0$

C'est donc à la **21^e semaine** que le nombre de journaux vendus d'après la 1^e estimation deviendrait supérieur au nombre de journaux vendus d'après la 2^e estimation.

Correction Exercice 4

1. a. $u_1 = 300 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) + 15 = 300 \times 1,05 + 15 = \mathbf{330}$ et $u_2 = 1,05 \times 330 + 15 = \mathbf{361,5}$

b. On a : $u_1 - u_0 = 30$ et $u_2 - u_1 = 31,5 \neq 30$ On n'ajoute pas le même nombre d'un terme à l'autre : la suite n'est **pas arithmétique**

On a : $\frac{u_1}{u_0} = 1,1$ et $\frac{u_2}{u_1} \simeq 1,095 \neq 1,1$ On ne multiplie pas par le même nombre d'un terme à l'autre : la suite n'est **pas géométrique**

2. a. $v_0 = u_0 + 300 = 300 + 300 = 600$

Pour montrer que la suite (v_n) est géométrique ; il faut prouver que $v_{n+1} = qv_n$

Or $v_{n+1} = u_{n+1} + 300$

et comme $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$, on a $v_{n+1} = 1,05u_n + 15 + 300 = 1,05u_n + 315$

Mais on veut en fonction de v_n : il faut donc exprimer u_n en fonction de v_n

Comme on a $v_n = u_n + 300$, on en déduit que $u_n = v_n - 300$

Donc $v_{n+1} = 1,05(v_n - 300) + 315 = 1,05v_n - 315 + 315$ Et au final on a bien $v_{n+1} = \mathbf{1,05v_n}$

$\Rightarrow$ La suite (v_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 1,05$ et de 1^{er} terme $v_0 = 600$

b. $v_n = v_0 \times q^n = \mathbf{600 \times 1,05^n}$

Or on a déjà vu que $u_n = v_n - 300 = \mathbf{600 \times 1,05^n - 300}$ CQFD

3. On cherche $u_8 = 600 \times 1,05^8 - 300 \simeq 586,47$ donc $u_8 < 2 \times 300$

Non elle n'aura pas encore tout-à-fait doublé de surface.

Correction Exercice 5

1. $u_1 = u_0 \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) = 84,8 \times 0,991 = \mathbf{83,952}$

Le taux de scolarisation des jeunes âgés de 18 ans est de 83,952 % en 1996

2. Diminuer de 1% revient à multiplier par $1 - \frac{1}{100} = 0,99$ d'une année à l'autre.

On a alors $u_{n+1} = 0,99u_n$: la suite (u_n) est **géométrique** de raison 0,99 et de 1^{er} terme $u_0 = 84,8$.

3. En calculant les termes successifs à l'aide de la calculatrice, on trouve :

$$u_5 \simeq 80,6 \geq 80 \text{ mais } u_6 \simeq 79,8 \leq 80 \text{ C'est donc à partir de } \mathbf{n = 6}$$

En 2001, le taux de scolarisation passe sous les 80 %

4. $u_n = u_0 \times q^n = \mathbf{84,8 \times 0,99^n}$

5. L'année 2005 correspond à $n = 10$ et on a $u_{10} = 84,8 \times 0,99^{10} \simeq \mathbf{76,69}$

Le taux de scolarisation en 2005 est d'environ 76,69 %