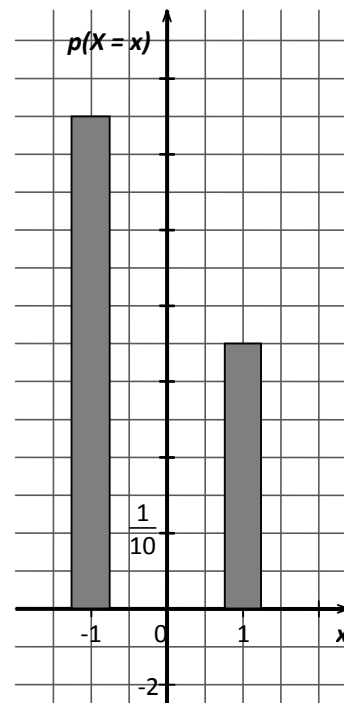


Corrigé Exercice 8

1. La loi de probabilité de X est donnée par : $p(X = 1) = \frac{7}{20}$ et $p(X = -1) = \frac{13}{20}$.

2. Ci-contre.



Corrigé Exercice 9

1. On s'aide d'un tableau donnant les différentes valeurs de X :

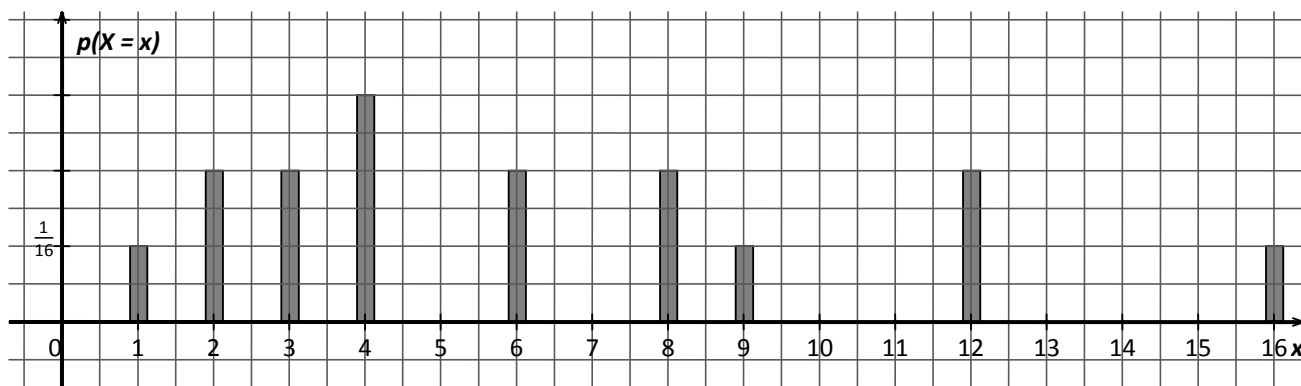
	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

On a donc :

$$p(X = 1) = \frac{1}{16} = p(X = 9) = p(X = 16)$$

$$p(X = 2) = \frac{1}{8} = p(X = 3) = p(X = 6) = p(X = 8) = p(X = 12) \quad \text{et} \quad p(X = 4) = \frac{3}{16}.$$

$$\text{D'autre part : } p(X < 4) = \frac{5}{16} \quad \text{et} \quad p(X \geq 4) = 1 - p(X < 4) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}.$$



2. Les différentes valeurs de M sont données par :

$$\text{On a donc : } p(M = 1) = \frac{1}{36}; \quad p(M = 2) = \frac{1}{12}; \quad p(M = 3) = \frac{5}{36};$$

$$p(M = 4) = \frac{7}{36}; \quad p(M = 5) = \frac{1}{4}; \quad p(M = 6) = \frac{11}{36}.$$

$$\text{D'autre part : } p(M > 3) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3			6
2	2	2	3			6
3	3	3	3			6
4				...		6
5					...	6
6	6	6	6	6	6	6

3. a. La variable aléatoire X qui modélise cette situation est donnée par :

$$X(6) = 3; \quad X(1) = -2 \quad \text{et} \quad X(k) = 0 \quad \text{pour } k \in \{2; 3; 4; 5\}.$$

$$\text{Sa loi de probabilité est : } p(X = 1) = 0,5; \quad p(X = 6) = 0,05; \quad p(X = 0) = 0,45$$

b. D'autre part : $p(X \neq 0) = 0,55$.

4. a.

x_k	-5	-1	3
$p(X = x_k)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

b. $p(X \geq 3) = \frac{1}{2}$

c. $p(X < 0) = 1 - p(X = 3) = \frac{1}{2}$

Corrigé Exercice 10

$$E(X) = -10 \times 0,3 - 2 \times 0,2 + 1 \times 0,1 + 5 \times 0,3 + 10 \times 0,1 = -0,8$$

$$E(X^2) = 100 \times 0,3 + 4 \times 0,2 + 1 \times 0,1 + 25 \times 0,3 + 100 \times 0,1 = 48,4$$

$$\Rightarrow V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 48,4 - (-0,8)^2 = 47,76$$

$$\sigma(X) = \sqrt{47,76} \simeq 6,9 \Rightarrow [E - \sigma; E + \sigma] \simeq [-7,7; 6,1]$$

$$E(Y) = -50 \times 0,3 - 20 \times 0,3 - 10 \times 0,2 + 10 \times 0,1 + 30 \times 0,3 + 50 \times 0,1 = -6$$

$$E(Y^2) = 2500 \times 0,3 + 400 \times 0,3 + 100 \times 0,2 + 100 \times 0,1 + 900 \times 0,3 + 2500 \times 0,1 = 1420$$

$$\Rightarrow V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = 1420 - (-6)^2 = 1384$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{1384} \simeq 37 \Rightarrow [E - \sigma; E + \sigma] \simeq [-43; 31]$$

Corrigé Exercice 11

1. On a : $p(A \cap B) = 0,02 = p(X = 16)$ $p(A \cap \bar{B}) = 0,18$ correspond à un gain de $10 - 6 = 4$ €.

$p(\bar{A} \cap B) = 0,24$ correspond aussi à un gain de $-2 + 6 = 4$ €. $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,56 = p(X = -8)$

La loi de probabilité de X est donc :

x_i	-8	4	16
$p(X = x_i)$	0,56	0,42	0,02

2. On a donc : $E(X) = 0,56 \times (-8) + 0,42 \times 4 + 0,02 \times 16 = -2,48$ €.

3. Pour 40 parties, chaque joueur peut donc « espérer » perdre $40 \times 2,48 = 99,20$ €. L'équipe de 15 joueurs doit donc craindre de perdre $15 \times 99,20 = 1488$ €.

Corrigé Exercice 12

1. Il faut bien sûr **faire un arbre** pour « voir » les choses, ainsi que pour les **expliquer**.

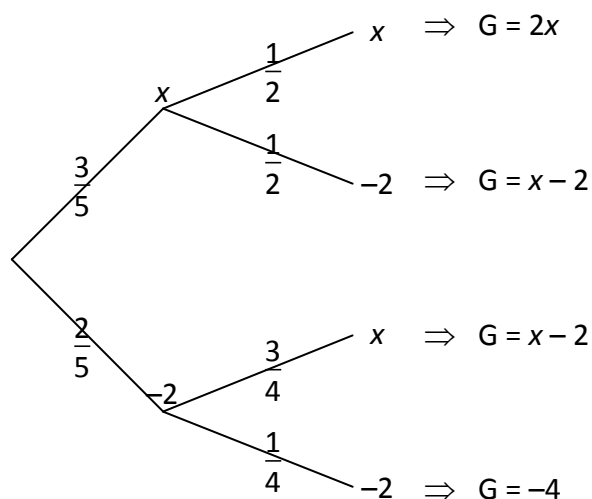
On obtient : $G(\Omega) = \{2x; x - 2; -4\}$.

$$2. p(G = 2x) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \quad p(G = x - 2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

$$p(G = -4) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$3. E(G) = \frac{3}{10} \times 2x + \frac{3}{5} \times (x - 2) + \frac{1}{10} \times (-4) = \frac{6}{5}x - \frac{8}{5}$$

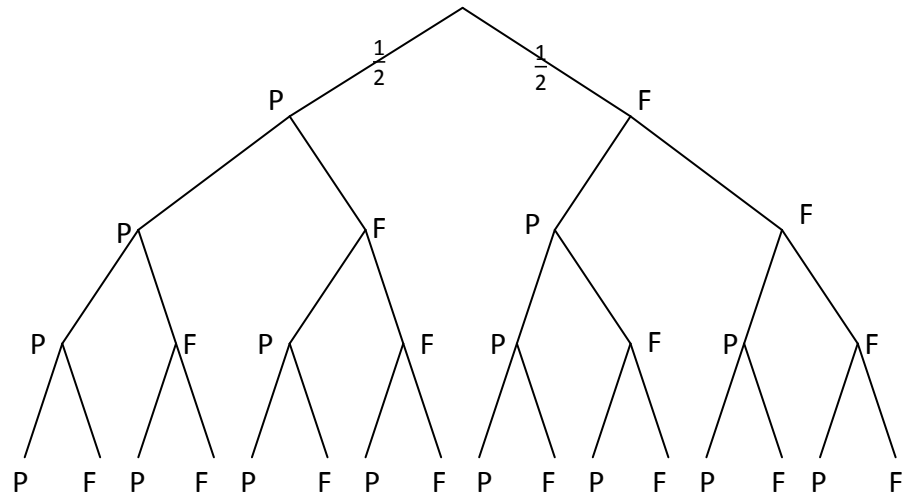
$$4. \text{ On a : } E(G) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{6}{5}x - \frac{8}{5} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$$



Le jeu est favorable au joueur si le gain x est égal à 1,34 € ou plus. Il est défavorable au joueur si le gain x est égal à 1,33 € ou moins.

Corrigé Exercice 13

1. Si on ne le faisait pas,
il serait très difficile
de répondre à la
suite !



2. On appelle la variable aléatoire X correspondante : elle vaut 0 ; 1 ; 2 ; 3 ou 4.

$$p(X = 0) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad p(X = 1) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad p(X = 2) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \quad p(X = 3) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad p(X = 4) = \frac{1}{16}$$

3. On appelle la variable aléatoire Y correspondante : elle vaut elle aussi 0 ; 1 ; 2 ; 3 ou 4.
Elle ne diffère de X que pour les valeurs 1 ; 2 et 3...

$$p(Y = 0) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad p(Y = 1) = \frac{7}{16} \quad p(Y = 2) = \frac{5}{16} \quad p(Y = 3) = \frac{2}{16} \quad p(Y = 4) = \frac{1}{16}$$