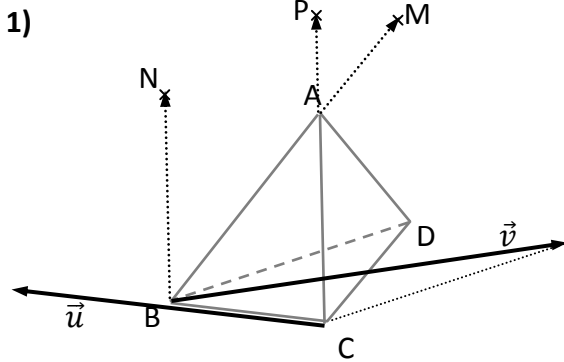
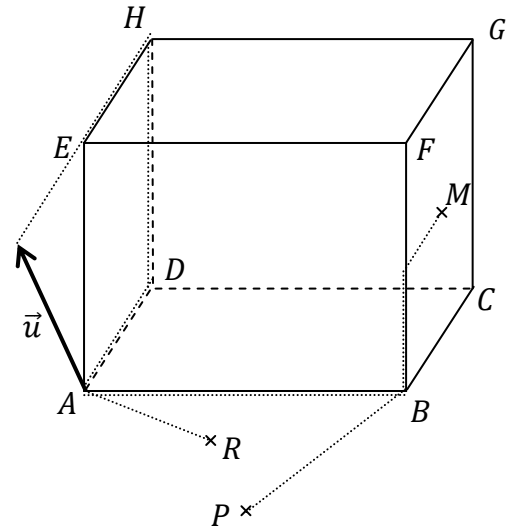


Corrigé Exercice 5



2) Pour construire les points P et R , quelques manipulations vectorielles habituelles...

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} &= \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BF} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{PB} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FA} \\ \overrightarrow{RA} - \overrightarrow{BR} &= \overrightarrow{EH} \Leftrightarrow -2\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EH} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AR} &= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}\end{aligned}$$



Corrigé Exercice 6

1) a) $\overrightarrow{IZ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AZ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$
 et $\overrightarrow{IU} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AU} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
 On a donc $\overrightarrow{IU} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IZ} \Rightarrow U$ est le milieu de $[IZ]$.

b) $\overrightarrow{ZY} = \overrightarrow{ZA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BY} = -\overrightarrow{AE} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$
 $= -\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
 $= -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
 $= \overrightarrow{BC}$ CQFD $\Rightarrow$ Le quadrilatère $ZYCB$ est un **parallélogramme**

2) a) $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DS} + \overrightarrow{SM} = \overrightarrow{DS} + \overrightarrow{SD} + 3\overrightarrow{CJ} = 3\overrightarrow{CJ}$ CQFD

b) $\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{JD} + 3\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{JB} = 2\overrightarrow{IJ}$. CQFD
 Les points I, J et M sont alignés et I est le milieu de $[JM]$

3) Dans le triangle ABC , (IJ) est une droite des milieux, donc $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Dans le triangle DCA , (LK) est une droite des milieux, donc $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ On a bien $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

Le quadrilatère $IJKL$ est un **parallélogramme**

(on peut y arriver plus lentement avec plein de manipulations...)

Corrigé Exercice 7

1) a) $A(1; 0; 1)$, $G(0; 1; 0)$, $C(0; 1; 1)$ et $E(1; 0; 0)$

$$K\left(1; 1; \frac{1}{2}\right) \text{ et } I\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$$

$$\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{FB}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

b) $D(0; 1; 0)$, $E(1; 1; 1)$, $H(0; 1; 1)$ et $A(1; 1; 0)$ $L\left(0; 1; \frac{1}{2}\right)$ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{LK}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) a) $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(-1; 0; 0)$, $D(0; -1; 0)$ et $S(0; 0; 1)$

$$\text{b) } I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right) \quad J\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right) \quad K\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{c) } \overrightarrow{OD}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CO}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{SO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{SB}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Corrigé Exercice 8

1) $A(-3; 5; 3)$

$$B\left(2; 0; -\frac{7}{2}\right)$$

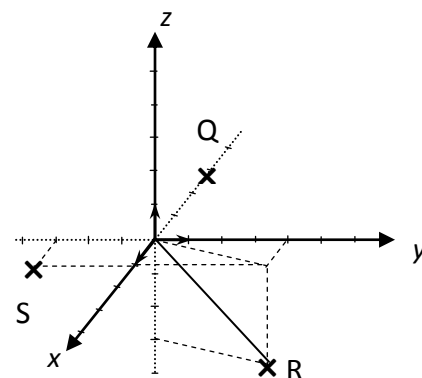
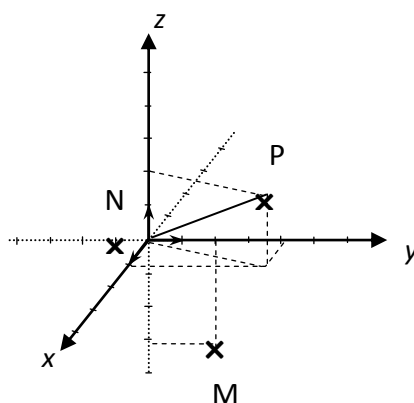
$$C(0; -3; 0)$$

$$D(2; -3; 4)$$

$$E(0; 0; -2)$$

$$\text{et } F(-3; 4; 0)$$

2)



$$\text{3) a) } \overrightarrow{GB} = \begin{pmatrix} x_B - x_G \\ y_B - y_G \\ z_B - z_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 0 \\ 0 - (-5) \\ 0 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ de même : } \overrightarrow{LU}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{RE}\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } GI = \sqrt{(x_I - x_G)^2 + (y_I - y_G)^2 + (z_I - z_G)^2} = \sqrt{2^2 + 11^2 + (-5)^2} = \sqrt{4 + 121 + 25} = \sqrt{150}$$

$$\text{de même } BR = \sqrt{21} \quad \text{et } EU = \sqrt{77}$$

$$\text{c) } A\left(\frac{x_B + x_I}{2}; \frac{y_B + y_I}{2}; \frac{z_B + z_I}{2}\right) \Rightarrow A\left(\frac{-2+2}{2}; \frac{0+6}{2}; \frac{0-3}{2}\right) \Rightarrow A\left(0; 3; -\frac{3}{2}\right) \text{ de même } Z\left(-\frac{1}{2}; -5; 1\right)$$

$$\text{d) LUNE parallélogramme} \Leftrightarrow \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{LU} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+1 \\ y+5 \\ z-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=3 \\ y+5=-6 \\ z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-11 \\ z=-5 \end{cases}$$

On a donc $N(2; -11; -5)$