

Savoir P. 4 : Expérience aléatoire à 1 épreuve - Calcul de probabilités

Entraînement n°1

Expérience F

On dispose d'un dé 20 faces, numérotées de 1 à 20.

Le dé est bien équilibré et chaque face a la même probabilité d'arriver.

On définit les évènements : I : « Obtenir un nombre impair »

$$A = \{1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 17 ; 18\}$$

C : « Obtenir un multiple de 5 »

$$T = \{3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18\}$$

- 1) Calculer la probabilité de l'évènement I .
- 2) a) Décrire l'évènement C .
b) Calculer la probabilité de l'évènement C et en déduire $p(\bar{C})$
- 3) a) Calculer $p(A)$ et $p(T)$
b) Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap T$
c) En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup T$

Expérience G

Lors d'une enquête, on demande à 800 élèves de lycée s'ils pratiquent une activité sportive, ou une activité artistique, les deux ou aucune.

On donne, dans le tableau ci-contre, la répartition (en pourcentages) des réponses :

On choisit un élève au hasard.

On définit les évènements suivants :

S : « L'élève pratique une activité Sportive »

$\bar{S}$: « L'élève ne pratique pas une activité Sportive »

A : « L'élève pratique une activité Artistique »

$\bar{A}$: « L'élève ne pratique pas une activité Artistique »

	Activité artistique	Pas d'activité artistique	Total
Activité sportive	15 %	65 %	80 %
Pas d'activité sportive	10 %	10 %	20 %
Total	25 %	75 %	100 %

- 1) Quelle est la probabilité que l'élève pratique une activité sportive ?
- 2) Quelle est la probabilité que l'élève pratique à la fois une activité sportive et une activité artistique ?
- 3) Quelle est la probabilité que l'élève pratique une activité sportive ou artistique ?

Entraînement n°2

Un jeu en métal pour enfants contient 2 cubes rouges, 3 cubes bleus, 4 boules rouges, 1 boule verte et 2 boules bleues, 1 pyramide rouge et 3 pyramides vertes. On prend une pièce au hasard à l'aide d'un aimant. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On définit les événements : C : « Obtenir un cube » B : « Obtenir une boule »
 P : « Obtenir une pyramide » R : « Obtenir un objet rouge »
 V : « Obtenir un objet vert ou rouge »

1) a) Calculer la probabilité de l'événement P . En déduire celle de $\overline{P}$

b) Combien y a-t-il d'issues dans l'événement $\overline{C}$?

c) Calculer les probabilités des événements B et V

2) a) Calculer la probabilité des événements C et R

b) Calculer la probabilité de l'événement $C \cap R$

c) En déduire la probabilité de l'événement $C \cup R$

3) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule ou un objet rouge. Détailler votre démarche



Entraînement n°3

On choisit une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes* auquel **on a retiré les quatre As.**

On définit les événements : A : « Obtenir un 7, un 8, un 9, un 10 ou un valet »

B : « Obtenir un trèfle »

C : « Obtenir un 8 rouge ou une dame noire** »

D : « Obtenir une figure*** »

* 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; V ; D ; R ; As ; cœur, carreau, pique trèfle.

Pour ceux qui auraient besoin, une représentation d'un jeu de 32 ou de 52 cartes se trouve au début du livret

** les « rouges » sont les cœurs et les carreaux, les « noirs » sont les piques et les trèfles

*** Une figure : les valets, les dames, les rois

1) a) Calculer la probabilité des événements A , B , C et D

b) En déduire la probabilité de l'événement $\overline{A}$

c) Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un 8 rouge ni une dame noire. Détailler votre démarche

2) a) Calculer la probabilité de l'événement $B \cap D$.

b) En déduire $p(B \cup D)$

3) Quelle est la probabilité d'obtenir un 7, un 8, un 9, un 10 ou un valet, ou une figure ? Détailler votre démarche.

Entraînement n°4

On lance un dé 20 faces, numérotées de 1 à 20, et on note le nombre obtenu sur la face supérieure.
Le dé n'étant pas bien équilibré, on donne la loi de probabilité dans le tableau suivant :

Faces	1 ou 2 ou 3 ou 4 *	5 ou 6	7 ou 8 ou 9 ou 10	11 ou 12 ou 13 ou 14 ou 15	16 ou 17 ou 18	19 ou 20
Probabilité	0,05	0,02	0,04	0,03	0,11	0,06

* Il faut lire ce tableau ainsi : $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = 0,05$ puis $p(5) = p(6) = 0,02$ etc...

On s'intéresse aux évènements suivants :
 I : « Obtenir un nombre impair »
 V : « Obtenir un diviseur* de 20 »
 T : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 13 »

* un diviseur de 20 est un nombre qui donne un résultat entier quand on divise 20 par ce nombre.
Par ex : 4 est un diviseur de 20, car $20 \div 4 = 5$, mais 8 n'est pas un diviseur de 20 car $20 \div 8 = 2,5$ et ce n'est pas un entier

- 1) a) Calculer la probabilité de l'évènement I
b) En déduire la probabilité de l'évènement $\overline{I}$
- 2) a) Donner toutes les issues des évènements V , T et $V \cap T$
b) Calculer les probabilités des évènements V , T et $V \cap T$
c) En déduire la probabilité d'obtenir un diviseur de 20 ou un nombre strictement supérieur à treize

Entraînement n°5

Dans un sac, on met toutes les lettres de la phrase « CA ARRIVE PAR HASARD ».
On choisit une lettre au hasard. Toutes les lettres sont indiscernables au toucher

On s'intéresse aux évènements :
 Z « Obtenir une voyelle »
 Y « Obtenir une lettre du mot 'CHANCE' »
 W « Obtenir une lettre du mot 'CHARIVARI' »
 K « Obtenir une lettre située avant le K dans l'ordre alphabétique »

- 1) a) Calculer les probabilités des évènements Z et $\overline{Z}$
b) Calculer la probabilité de ne pas obtenir une lettre du mot 'CHARIVARI'
- 2) a) Combien y a-t-il d'issues dans l'évènement $Y \cap K$?
c) Calculer $p(Y)$, $p(K)$ et en déduire $p(Y \cup K)$
- 3) a) Donner toutes les issues de l'évènement $Z \cup K$?
b) Calculer la probabilité d'obtenir une voyelle qui soit située après le K dans l'ordre alphabétique

Corrigé Entraînement n°1

Corrigé Expérience F

1) $p(I) = \frac{1}{2}$

2) a) $C = \{5 ; 10 ; 15 ; 20\}$ b) $p(C) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow p(\overline{C}) = 1 - p(C) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

3) a) $p(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ et $p(T) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ b) $A \cap T = \{6 ; 12 ; 18\} \Rightarrow p(A \cap T) = \frac{3}{20}$

c) $p(A \cup T) = p(A) + p(T) - p(A \cap T) = \frac{8+6-3}{20} = \frac{11}{20}$

Expérience G

1) $p(S) = \frac{80}{100} = 0,8$ 2) $p(S \cap A) = \frac{15}{100} = 0,15$

3) $p(S \cup A) = p(S) + p(A) - p(S \cap A) = 0,8 + 0,25 - 0,15 = 0,9$

Corrigé Entraînement n°2

On peut représenter l'univers à l'aide d'un tableau à double entrée (même s'il s'agit d'une expérience à une seule épreuve, on n'a que deux caractères observables : la forme et la couleur)

	Cube	Boule	Pyramide	Total
Rouge	2	4	1	7
Bleu	3	2	0	5
Vert	0	1	3	4
Total	5	7	4	16

1) a) $p(P) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow p(\overline{P}) = 1 - p(P) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) Il y a **11 issues** dans l'évènement $\overline{C}$

c) $p(B) = \frac{7}{16}$ et $p(V) = p(\text{vert}) + p(\text{rouge}) = \frac{11}{16}$

2) a) $p(C) = \frac{5}{16}$ et $p(R) = \frac{7}{16}$ b) $p(C \cap R) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ c) $p(C \cup R) = p(C) + p(R) - p(C \cap R) = \frac{5+7-2}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

3) l'évènement « boule ou un objet rouge » est l'évènement BUR. $\Rightarrow p(BUR) = \frac{7+7-4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

Corrigé Entraînement n°3

1) a) Il n'y a que 28 cartes dans le jeu (puisqu'on a enlevé les 4 As)

$$P(A) = \frac{5 \times 4}{28} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7} \quad p(B) = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} \quad p(C) = \frac{4}{27} = \frac{1}{7} \quad \text{et } p(D) = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

b) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{2}{7}$

c) « ne pas obtenir un 8 rouge ni une dame noire » est l'évènement $\overline{C} \Rightarrow$ Donc $p(\overline{C}) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

2) a) $B \cap D = \{V\clubsuit; D\clubsuit; R\clubsuit\}$ donc $p(B \cap D) = \frac{3}{28}$ b) $p(B \cup D) = p(B) + p(D) - p(B \cap D) = \frac{7+12-3}{28} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$

3) « Obtenir un 7, un 8, un 9, un 10 ou un valet, ou une figure » est l'évènement AUD, mais en réfléchissant, il n'y a pas autre chose dans ce jeu (auquel on a retiré les As) que des 7, 8, 9, 10, et V, D et R.

Donc $AUD = \Omega$ et $p(AUD) = 1$

Corrigé Entraînement n°4

1) a) $p(I) = p(1) + p(3) + p(5) + p(7) + p(9) + p(11) + p(13) + p(15) + p(17) + p(19)$

$$p(I) = 2 \times 0,05 + 0,02 + 2 \times 0,04 + 3 \times 0,03 + 0,11 + 0,06 = \mathbf{0,46} = \frac{46}{100} = \frac{23}{50}$$

b) $p(\overline{I}) = 1 - p(I) = 1 - \frac{23}{50} = \frac{27}{50} = \mathbf{0,54}$

2) a) $V = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$ $T = \{14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$ et $V \cap T = \{20\}$

b) $p(V) = p(1) + p(2) + p(4) + p(5) + p(10) + p(20) = 3 \times 0,05 + 0,02 + 0,04 + 0,06 = 0,27 = \frac{27}{100}$

$p(T) = 2 \times 0,03 + 3 \times 0,11 + 2 \times 0,06 = \mathbf{0,51} = \frac{51}{100}$ et $p(V \cap T) = \mathbf{0,06} = \frac{3}{50}$

c) « Obtenir un diviseur de 20 ou un nombre strictement supérieur à treize » est l'évènement VUT

Donc $p(V \cup T) = p(V) + p(T) - p(V \cap T) = 0,27 + 0,51 - 0,06 = \mathbf{0,72} = \frac{18}{25}$

Corrigé Entraînement n°5

1) $\Omega = \{A; A; A; A; A; C; D; E; H; I; P; R; R; R; R; S; V\} \Rightarrow$ Il y a 17 issues

a) $Z = \{A; A; A; A; A; E; I\} \Rightarrow p(Z) = \frac{7}{17}$ et $p(\overline{Z}) = 1 - p(Z) = 1 - \frac{7}{17} = \frac{10}{17}$

b) « ne pas obtenir une lettre du mot 'CHARIVARI' » = $\overline{W} = \{D; E; P; S\} \Rightarrow p(\overline{W}) = \frac{4}{17}$

2) a) $Y \cap K = \{A; A; A; A; A; C; E; H\}$ Il y a 8 issues

b) $p(Y) = \frac{8}{17}$ $p(K) = \frac{10}{17}$ Donc $p(Y \cup K) = p(Y) + p(K) - p(Y \cap K) = \frac{8+10-8}{17} = \frac{10}{17}$

En fait, $Y \cap K = Y$ car il n'y a pas dans l'univers de lettre du mot 'chance' située après K dans l'ordre alphabétique

3) a) $Z \cup K = \{A; A; A; A; A; C; D; E; H; I\} = K$!

b) « Obtenir une voyelle qui soit située après le K » est l'évènement $Z \cap \overline{K}$ c'est l' $\emptyset$, car il n'y a pas, dans l'univers, de voyelle située après le K dans l'ordre alphabétique $\Rightarrow p(Z \cap \overline{K}) = \mathbf{0}$