

Représentation paramétrique d'une droite

❶ **Caractérisation vectorielle d'une droite** : $M \in (AB) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on a $A(x_A; y_A; z_A)$; $M(x; y; z)$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

❷ **Représentation paramétrique** : Soit d la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$

$$M \in d \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}, \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$$

Le système $\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ s'appelle une **représentation paramétrique** de la droite d

❸ **Remarques** : Il existe une infinité de représentation paramétriques d'une même droite.
On parle aussi d'équation paramétrée d'une droite

❹ **Réciproquement** : L'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant $\begin{cases} x = \alpha + at \\ y = \beta + bt \\ z = \gamma + ct \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$,

est la **droite passant par** le point $A(\alpha; \beta; \gamma)$ et de **vecteur directeur** $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

Démonstration ❷

On veut déterminer les coordonnées générale d'un point $M(x; y; z)$ qui appartienne à la droite d passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(a; b; c)$

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}^*, \overrightarrow{AM} =$$

Exemples :

1) Dans $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère la droite d passant par $A(-3; 0; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; -2; 1)$.

Déterminer une représentation paramétrique de d .

Déterminer les coordonnées d'une autre point de d .

Le point $B(-1; -2; 1)$ appartient-il à d ?

2) Soient d et d' de représentation paramétriques : $d : \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 6 + 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $d' : \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}t' \\ y = -5 + t' \\ z = -4 + 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

Donner un vecteur directeur et un point pour chaque droite.

Les droites sont-elles parallèles ?