

Savoir Pc. 4 : Arbres - Calcul de probabilités

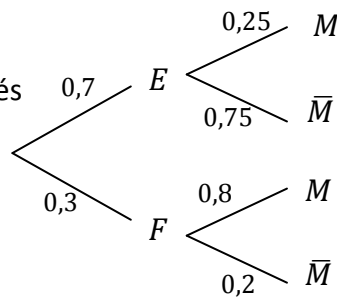
Exercice 11 : Intersections

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.

Calculer les probabilités :

$p(E \cap M)$; $p(F \cap \bar{M})$;
et $p(M \cap F)$



2) Une entreprise de 2 000 salariés compte 60 % de techniciens et 40 % d'ingénieurs. Parmi les techniciens, 25 % déjeunent dans le restaurant de l'entreprise. Parmi les ingénieurs, 20 % déjeunent dans ce même restaurant. On interroge un salarié au hasard.

On note I l'évènement « le salarié interrogé est ingénieur » et R l'évènement « le salarié interrogé déjeune dans le restaurant de l'entreprise ».

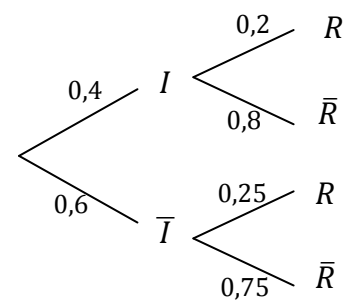
On représente la situation dans l'arbre de probabilités ci-contre.

a. Donner les probabilités $p(I)$ et $p_I(R)$

b. Interpréter à l'aide d'une phrase l'évènement $I \cap R$

c. Calculer $p(I \cap R)$

d. Calculer la probabilité que le salarié soit un technicien qui ne mange pas dans le restaurant de l'entreprise



Exercice 11^{bis} : Un début de sujet de bac

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 80 % des candidats ayant un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés.

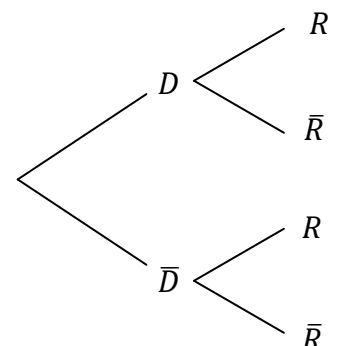
On prend un candidat au hasard et on note :

- D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
- R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

1. Compléter l'arbre ci-contre :

2. Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

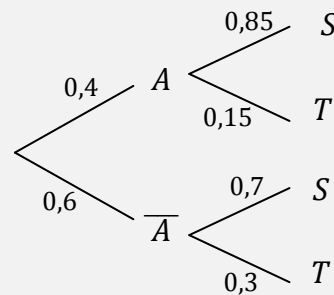
3. Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à 0,24. Interpréter dans le contexte.



Besoin de plus d'entraînement ?

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous. Donner ou calculer les probabilités suivantes : $p(\bar{A})$; $p(A \cap T)$; $p_A(S)$ et $p(S \cap \bar{A})$

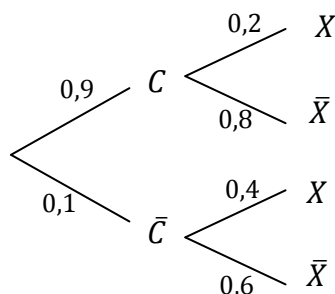


Exercice 12 : Probabilités totales

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.

- Calculer $p(C \cap X)$ et $p(\bar{C} \cap X)$
- En déduire $p(X)$



2) Chaque jour avant de partir s'entraîner, un groupe de cyclistes s'intéresse à l'indice mesurant la qualité de l'air. Il peut prendre les trois valeurs suivantes : *mauvais*, *correct* ou *bon*.

Une étude statistique a permis d'obtenir les résultats suivants :

- dans 54 % des cas, l'indice mesurant la qualité de l'air est *bon*; dans 41 % des cas, il est *correct* ; le reste du temps, l'indice est *mauvais*.
- si l'indice est *bon*, dans 90 % des cas le groupe de cyclistes part s'entraîner.
- si l'indice est *correct*, il y a une chance sur deux pour que le groupe de cyclistes parte s'entraîner.
- si l'indice est *mauvais*, dans 80 % des cas le groupe de cyclistes ne part pas s'entraîner,

On choisit un jour au hasard. On considère les événements suivants :

- B : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *bon* »
- C : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *correct* »
- M : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais* » ;
- E : « Le groupe de cyclistes s'entraîne ».

- Représenter la situation par un arbre de probabilités.
- Calculer la probabilité de l'événement $B \cap E$ et l'interpréter dans le contexte.
- Montrer qu'il y a 70,1% de chances que le groupe de cyclistes s'entraîne.

Exercice 12^{bis} : Un autre début de sujet de bac

On parle d'illettrisme pour des personnes adultes qui, après avoir été scolarisées en France, n'ont pas acquis une maîtrise suffisante de la lecture, de l'écriture et du calcul pour être autonomes dans les situations simples de la vie courante. On étudie la population adulte âgée de 18 à 65 ans ayant été scolarisée en France. Selon les données de janvier 2013, on sait que :

- L'effectif total de cette population s'élève à 36 millions d'individus.
- La part de cette population qui a effectué une scolarité complète au collège est de 82%.
- Parmi les personnes ayant effectué une scolarité complète au collège, 97% ne sont pas en situation d'illettrisme.
- Une personne sur quatre, parmi celles qui ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège, est en situation d'illettrisme.

Dans la population étudiée, on choisit d'interroger au hasard une personne âgée de 18 à 65 ans qui a été scolarisée en France.

On note C l'événement : « la personne a effectué une scolarité complète au collège »
et $\bar{C}$ l'événement contraire.

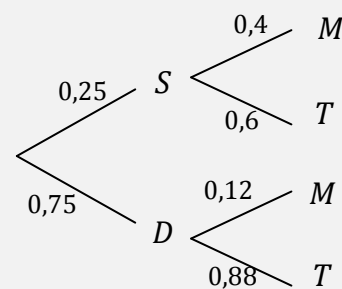
On note I l'événement : « la personne est en situation d'illettrisme » et $\bar{I}$ l'événement contraire.

Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millième.

- Quelle est la probabilité de l'événement C ?
- Décrire par une phrase l'événement $C \cap I$. Calculer la probabilité de cet événement.
- Calculer la probabilité de l'événement I .
- Calculer $p(C \cup I)$.

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous :

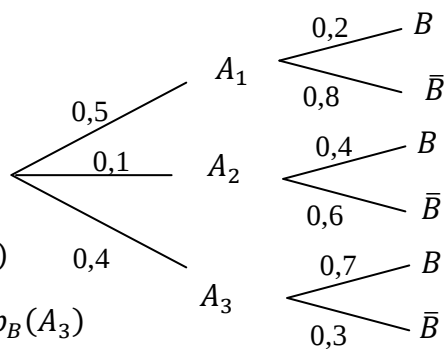


Calculer $p(M)$ et $p(T)$

Exercice 13 : Conditionnelles inversées

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilité ci-contre :

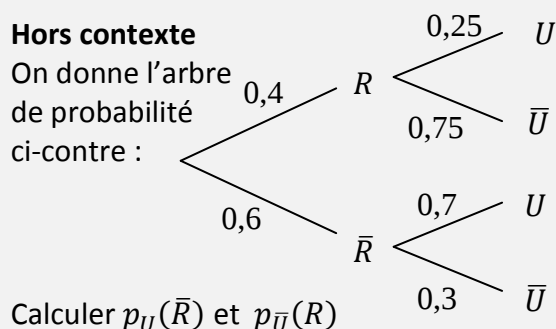


- a) Calculer $p(B)$ et $p(\bar{B})$
- b) En déduire $p_B(A_2)$; $p_B(A_3)$ et $p_{\bar{B}}(A_1)$

Besoin de plus d'entraînement ?

Hors contexte

On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



Calculer $p_U(\bar{R})$ et $p_{\bar{U}}(R)$

2) Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A, 8 % des ampoules présentent un défaut ;
- à la sortie de la machine B, 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

- A : « l'ampoule provient de la machine A » ;
- B : « l'ampoule provient de la machine B » ;
- D : « l'ampoule présente un défaut ».

On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.

- Construire un arbre pondéré représentant la situation.
- Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,9305.
- L'ampoule tirée est sans défaut. Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.

Exercice 14 : Synthèse Type 1

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville. La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40% de la population est vaccinée;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;

G : « la personne a contracté la grippe ».

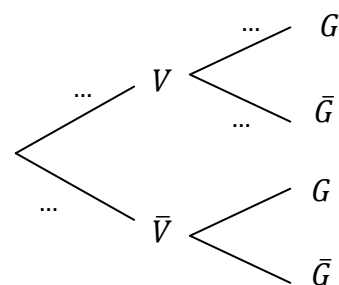
1. a. Donner la probabilité de l'évènement G.

b. Reproduire l'arbre pondéré ci-contre et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches.

2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée.

Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.



Exercice 15 : Synthèse Type 1

Dans cet exercice, les probabilités demandées seront précisées à 10^{-4} près.

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ... Une suite de 8 bits est appelé un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

Afin de détecter si un ou plusieurs bits de l'octet sont mal transmis, on utilise un protocole de détection d'erreur. Il consiste à ajouter, à la fin de l'octet à transmettre, un bit, appelé bit de parité et qui est transmis après les huit bits de l'octet. On s'intéresse à la transmission de l'octet suivi de son bit de parité.

Une étude statistique a permis d'obtenir que :

- la probabilité que les huit bits (octet) soient transmis sans erreur vaut 0,922;
- la probabilité que les huit bits (octet) soient transmis avec exactement une erreur vaut 0,075;
- si les huit bits (octet) ont été transmis sans erreur, la probabilité que le bit de parité soit envoyé sans erreur vaut 0,99;
- si les huit bits (octet) ont été transmis avec exactement une erreur, la probabilité que le bit de parité ait été envoyé sans erreur vaut 0,9;
- si les huit bits (octet) ont été transmis avec au moins deux erreurs, la probabilité que le bit de parité soit envoyé sans erreur vaut 0,99.

On choisit au hasard un octet suivi de son bit de parité. On considère les événements suivants :

- Z : « les huit bits de l'octet sont transmis avec aucune erreur »
- E : « les huit bits de l'octet sont transmis avec exactement une erreur »
- D : « les huit bits de l'octet sont transmis avec au moins deux erreurs »
- B : « le bit de parité est transmis sans erreur ».

1. Quelle est la probabilité que l'octet soit transmis avec une erreur exactement et que le bit de parité soit transmis sans erreur ?

2. Calculer la probabilité de l'évènement B . Interpréter dans le contexte.

3. Sachant que le bit de parité a été transmis avec une erreur, quelle est la probabilité que les huit bits aient été transmis avec aucune erreur ?

