

Savoir Ve. 4: Représentation paramétrique d'une droite

Entraînement 1

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- On considère les points $K(-1; -2; 0)$ et $H(3; -1; -2)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HK) .
- On considère la droite δ dont une représentation paramétrique est :

$$\delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 \\ z = -2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite δ .
- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite δ .
- On considère les points $M(-2; -3; 10)$ et $N(10; -3; -12)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite δ ?

Entraînement 2

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- On considère les points $R(2; -3; 1)$ et $T(4; 2; -1)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (RT) .
- On considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 5t + 1 \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite Δ .
- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite Δ .
- On considère les points $M(-4; 5; 2)$ et $N(-19; 13; -2)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite Δ ?

Entraînement 3

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- On considère les points $E(3; 2; -1)$ et $F(-2; -3; 0)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EF) .
- On considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = \frac{\lambda}{3} \\ z = 5\lambda + 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

- Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite Δ .
- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite Δ .
- On considère les points $M(12; -3; -44)$ et $N(-4; 2; 20)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite Δ ?

Entraînement n°4

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. On considère les points $M(2; -1; 1)$ et $N(0; -2; 3)$.

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (MN) .

2. On considère la droite δ dont une représentation paramétrique est :

$$\delta : \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 - t \\ z = 7t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite δ .
- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite δ .
- Le point $M(5; 3; -28)$ appartient-il à la droite δ ?

Corrections Savoir Ve. 4

Corrigé Entraînement n°1

1. On a : $\overrightarrow{KH} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $(HK) : \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + t \\ z = -2t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ (en partant de } K)$
ou $\begin{cases} x = 3 + 4s \\ y = -1 + s \\ z = -2 - 2s \end{cases}, s \in \mathbb{R} \text{ (en partant de } H)$

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{HK}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{KH}$ et on obtient encore d'autres représentations...

2. a. On donne par exemple : pour $t = 0$, $A(3; -3; 0)$ et pour $t = 1$, $B(4; -3; -2)$.

- b. On donne par exemple : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- c. Pour M , on résout : $\begin{cases} -2 = 3 + t \\ -3 = -3 \\ 10 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \\ t = -5 \end{cases}$ le système a une solution, donc $M \in \delta$.

Pour N , on résout : $\begin{cases} 10 = 3 + t \\ -3 = -3 \\ 12 = -2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7 \\ t = -6 \end{cases}$ le système n'a pas de solution, donc $N \notin \delta$.

Corrigé Entraînement n°2

1. On a : $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $(RT) : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ (en partant de } R)$
ou $\begin{cases} x = 4 + 2s \\ y = 2 + 5s \\ z = -1 - 2s \end{cases}, s \in \mathbb{R} \text{ (en partant de } T)$

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{TR}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{RT}$ et on obtient encore d'autres représentations...

2. a. On donne par exemple : pour $t = 0$, $A(1; 1; 2)$ et pour $t = 1$, $B(6; -2; 3)$.

- b. On donne par exemple : $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- c. Pour M , on résout : $\begin{cases} -4 = 5t + 1 \\ 5 = 1 - 3t \\ 2 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -4/3 \\ t = 0 \end{cases}$ le système n'a pas de solution, donc $M \notin \Delta$.

Pour N , on résout : $\begin{cases} -19 = 5t + 1 \\ 13 = 1 - 3t \\ -2 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = -4 \\ t = -4 \end{cases}$ le système a une solution, donc $N \in \Delta$.

Corrigé Entraînement n°3

1. On a : $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $(EF) : \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 2 - 5t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ (en partant de E)
ou $\begin{cases} x = -2 - 5s \\ y = -3 - 5s \\ z = s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$ (en partant de F)

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{FE}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{EF}$ et on obtient encore d'autres représentations...

2. a. On donne par exemple : pour $t = 0$, $A(3; 0; 1)$ et pour $t = 3$, $B(0; 1; 16)$.

b. On donne par exemple : $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{3} \\ 5 \end{pmatrix}$ ou $\vec{v} = 3\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix}$.

c. Pour M , on résout : $\begin{cases} 12 = 3 - \lambda \\ -3 = \frac{\lambda}{3} \\ -44 = 5\lambda + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -9 \\ t = -9 \\ t = -9 \end{cases}$ le système a une solution, donc $M \in \Delta$.

Pour N , on résout : $\begin{cases} -4 = 3 - \lambda \\ 2 = \frac{\lambda}{3} \\ 20 = 5\lambda + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7 \\ t = 6 \\ t = 19/5 \end{cases}$ le système n'a pas de solution, donc $N \notin \Delta$.

Corrigé Entraînement n°4

1. On a $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc une (MN) a pour représentation paramétrique : $(MN) : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

2. a. Par exemple : $A(5; -1; 0)$ et $B(5; -2; 7)$. b. Par exemple : $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$.

c. On résout : $\begin{cases} 5 = 5 \\ 3 = -1 - t \\ -28 = 7t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 5 \\ t = -4 \\ t = -4 \end{cases}$ Le système a donc une solution donc $M \in \delta$.