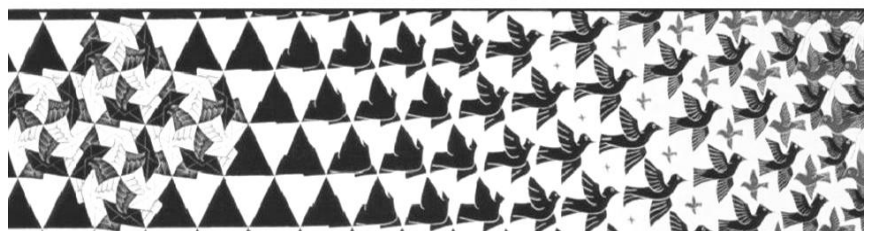
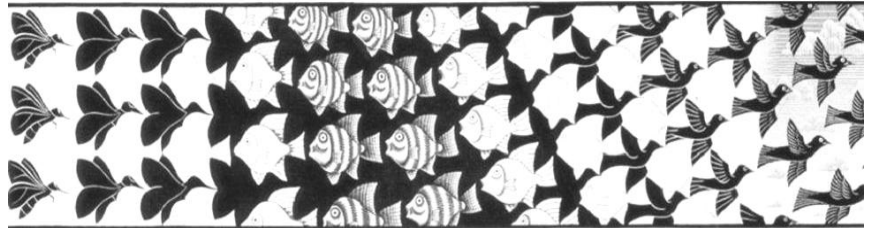


## Chapitre 2

# Géométrie : Repères et vecteurs

### Savoirs :

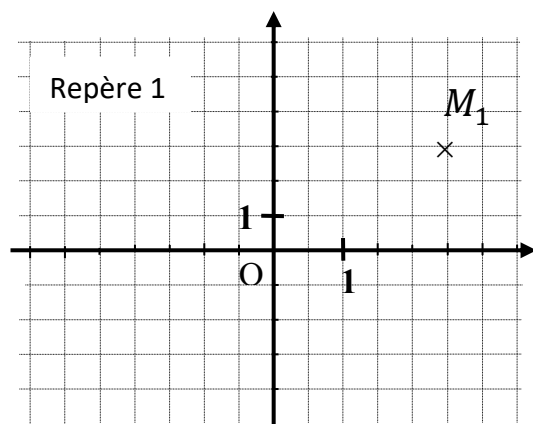
- Gr. 1** Calcul de la longueur d'un segment... à partir des coordonnées
- Gr. 2** Calcul des coordonnées d'un milieu ... à partir des coordonnées des extrémités
- Gr. 3** Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur, tracer un vecteur à partir d'un point
- Gr. 4** Calcul des coordonnées d'un vecteur à partir des coordonnées de deux points  
Norme d'un vecteur
- Gr. 5** Calculer les coordonnées d'une des extrémités d'un vecteur
- Gr. 6** Repère dans une figure



## EXERCICES en classe

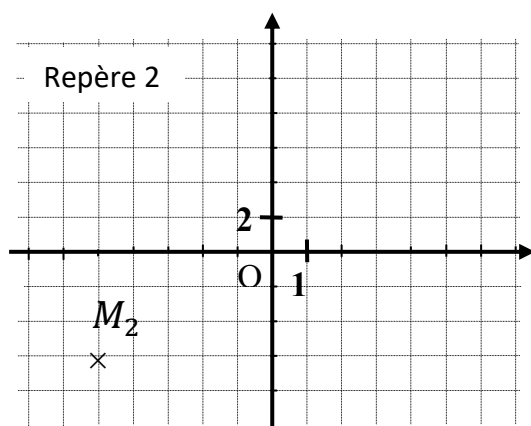
## Exercice 1 : Des repères de tous types

1) Pour chacun des repères suivants, déterminer l'échelle et donne les coordonnées du point  $M$  :



Axe des abscisses : ... carreau(x) pour .... unité(s)

Axe des ordonnées : ... carreau(x) pour .... unité(s)



Axe des abscisses : ... carreau(x) pour .... unité(s)

Axe des ordonnées : ... carreau(x) pour .... unité(s)

2) Tracer les repères orthogonaux suivants (juste les axes, l'origine, les unités et quelques graduations positives et négatives sur les axes) et placer le point  $N$  :

**Repère 1** : Point  $N_1$  (5 ; -2)

Axe des abscisses : 1 carreau pour 2 unités

Axe des ordonnées : 2 carreaux pour 1 unité

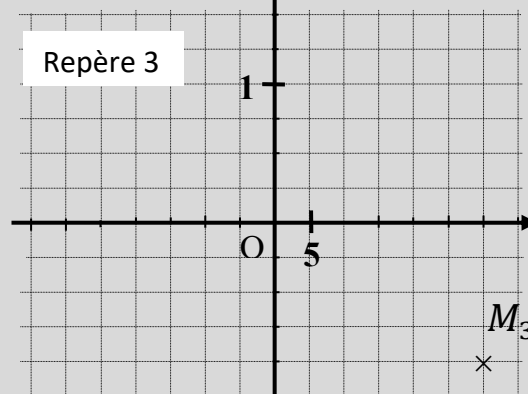
**Repère 2** : Point  $N_2$  (-0,5 ; 1)

Axe des abscisses : 5 carreaux pour 1 unité

Axe des ordonnées : 2 carreaux pour 0,5 unité

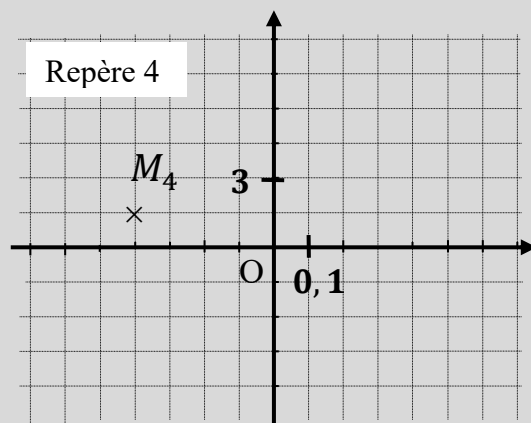
### ALM

1) Pour chacun des repères suivants, déterminer l'échelle et donne les coordonnées du point  $M$  :



Axe des abscisses : ... carreau(x) pour .... unité(s)

Axe des ordonnées : ... carreau(x) pour .... unité(s)



Axe des abscisses : ... carreau(x) pour .... unité(s)

Axe des ordonnées : ... carreau(x) pour .... unité(s)

2) Tracer les repères orthogonaux suivants (juste les axes, l'origine, les unités et quelques graduations sur les axes) et placer le point  $N$  :

**Repère 3** : Point  $N_3$  (-3 ; 3)

Axe des abscisses : 1 carreau pour 1 unité

Axe des ordonnées : 4 carreaux pour 6 unités

**Repère 4** : Point  $N_4$  (30 ; -30)

Axe des abscisses : 1 carreau pour 20 unités

Axe des ordonnées : 0,5 carreau pour 5 unités

## Exercice 2 : Repères non orthogonaux

1) a. Dans le repère ci-contre, lire les coordonnées des points : A, B, C, D, E et F

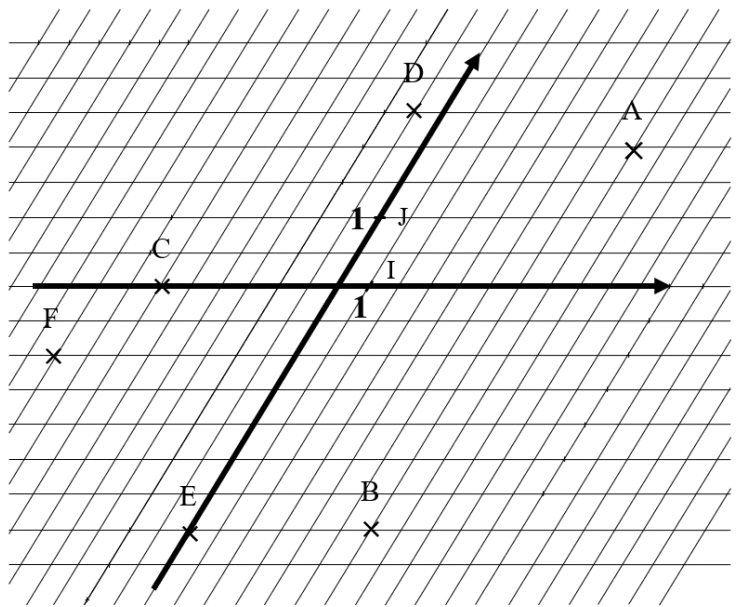
b. Dans ce même repère, placer les points :  
S (9 ; -4) ; T (5,5 ; 0) ; U (-8 ; 1,5)  
V (-1 ; -1) ; W (5 ; -0,5) et Z (0 ; 1,75)

2) Tracer un repère non orthogonal avec :

Axe des abscisses : 1 carreau pour 2 unités

Axe des ordonnées : 4 carreaux pour 1 unité

Placer les points M (6 ; -1) ; N (0 ; 0,5) et P (-5 ; - $\frac{1}{4}$ ).



## Exercice 3 : Application Pythagore et réciproque

1) Le triangle  $AZE$  est rectangle en  $Z$  et on a  $AZ = 20$  et  $AE = 29$ . Calculer  $ZE$ .

2) On donne  $RT = 28$  ;  $TY = 53$  et  $RY = 45$ . Le triangle  $RTY$  est-il rectangle ? Justifier.

3) On a  $UI = 9$  ;  $IO = 15$  et  $UO = 17$ . Quelle est la nature du triangle  $UIO$  ? Justifier.

4) On a  $PM = \sqrt{7}$ ,  $PL = 3\sqrt{2}$  et  $ML = 5$ . Le triangle  $PML$  est-il rectangle en  $P$  ?

## Exercice 4 : Ces triangles et quadrilatères particuliers

**Très fortement recommandé** : faire une figure à main levée pour comprendre la situation

1)  $ABC$  est un triangle,  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

On sait que  $(AI) \perp (BC)$  : que peut-on en déduire sur la nature de  $ABC$  ?

2)  $DEFG$  est un parallélogramme,  $J$  est le milieu des diagonales  $[DF]$  et  $[EG]$ .

On sait que  $(DJ) \perp (EJ)$  : que peut-on en déduire sur la nature de  $DEFG$  ?

3)  $KLM$  est un triangle isocèle en  $K$ . On sait que  $\widehat{KLM} = 60^\circ$  : que peut-on en déduire sur la nature de  $KLM$  ?

4)  $NOPQ$  est un quadrilatère. On sait  $NP = OQ$  : que peut-on en déduire sur la nature de  $NOPQ$  ?

5)  $STUV$  est un quadrilatère. On a  $SU = TV$  et le milieu  $W$  de  $[SU]$  est aussi le milieu de  $[TV]$ .

Que peut-on en déduire sur la nature de  $STUV$  ?

6)  $XYZA$  est un parallélogramme. On a  $(XY) \perp (AX)$  : que peut-on en déduire sur la nature de  $XYZA$  ?

## Exercice 5 : Longueurs dans un repère

1) Dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$  ci-contre, on donne les points  $M, A, T, H$  et  $S$

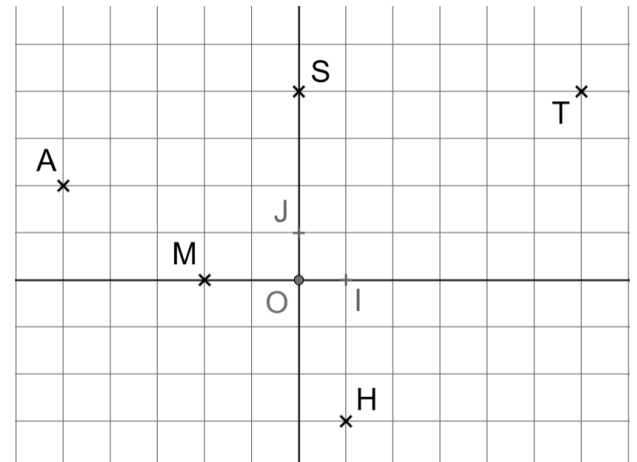
a. Donner les coordonnées des points  $M, A, T, H$  et  $S$ .

Vérifiez vos réponses dans le corrigé avant de passer à la suite, pour éviter de faire de nombreux calculs avec des coordonnées fausses

b. Calculer les valeurs exactes des longueurs  $TM, AI, JH$  et  $SO$ , puis les valeurs arrondies au dixième. *Donnez une fois la formule adaptée.*

c. Mesure à la règle sur le repère les longueurs  $AI$  et  $TM$ .  
Comparer aux résultats calculés...  
Quelle est l'explication ?

2) Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on considère les points :  $A(10 ; -20)$  ;  $B(-35 ; 45)$  ;  $C(-10 ; 30)$  et  $D(-1,5 ; 2,4)$   
**Sans chercher à faire le schéma**, calculer  $AB$  ;  $CA$  et  $DJ$ .



**ALM**

3) Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on considère les points :

$E(5 ; -4)$  ;  $F(-6 ; 0)$  ;  $G(-\frac{1}{2} ; 5)$  et  $H(-2 ; -1)$

Sans réaliser le schéma, calculer les longueurs  $EH$  ;  $FG$  et  $IF$

## Exercice 6 : Petites démonstrations

### Démonstration 1

On donne les points  $A(3 ; 3)$  ;  $B(1 ; -2)$  et  $C(-2 ; 1)$ .

- Calculer les longueurs  $AB$ ,  $BC$  et  $AC$ .
- En déduire la nature du triangle  $ABC$ . Justifier

### Démonstration 2

On donne les points  $D(2 ; 3)$  ;  $E(-4 ; -1)$  et  $F(4 ; 0)$ .

- Calculer les longueurs  $DE$ ,  $EF$  et  $FD$ .
- Démontrer que le triangle  $DEF$  est rectangle.

### Démonstration 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'origine  $O$  et d'unité 1 centimètre/carreau.

- Placer les points  $A(-2 ; 1)$  ;  $B(1 ; 4)$  et  $C(6 ; -1)$ . On complètera la figure au fur et à mesure.
- Calculer les longueurs  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$  (donner les valeurs exactes).
- Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ? (Justifier)
- Construire le point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un rectangle.
- Calculer la valeur approchée de l'aire du rectangle  $ABCD$ .

## Exercice 7 : De façon détournée

**Très recommandé** : faire une figure à main levée (pas besoin de repère) pour comprendre la situation

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  ; on a les points  $M(-3 ; 5)$  ;  $N(4 ; -2)$  ;  $P(3 ; -3)$ .

Pour chaque calcul, on donnera la valeur exacte (la plus simplifiée possible) puis la valeur arrondie au dixième près.

- a) Calculer la longueur d'un carré de côté MN.
- b) Calculer le diamètre du cercle de centre O et de rayon OP.
- c) Calculer le rayon du cercle de diamètre PM.
- d) Soit S le milieu de [JP]. Calculer la longueur SP.
- e) On définit le point T de façon à ce que INT soit un triangle équilatéral. Calculer la longueur IT.

## Savoir Gr. 2

## Coordonnées d'un milieu

### Exercice 8 : Calcul de coordonnées de milieu

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on donne :

$M(5 ; 3)$  ;  $L(-3 ; 7)$  ;  $E(-1 ; -5)$  ;  $U(2 ; -6)$  et  $X(4 ; 0)$

Le point A est le milieu de [ML], le point B celui de [EU], et les points C, D et Z sont les milieux respectifs des segments [XE], [JL] et [OM]

Calculer les coordonnées des points A, B, C, D et Z.

#### ALM

Dans un repère  $(O, I, J)$ , on donne :

$A(-3 ; 2)$  ;  $B(0 ; -8)$  ;  $C(\frac{1}{2} ; 5)$

Les points M, N et P sont les milieux respectifs des segments [AI], [JB] et [CM]

Calculer les coordonnées des points M, N et P.

### Exercice 9 : De façon détournée

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on a les points :

$S(1 ; 7)$  ;  $T(-5 ; 2)$  ;  $U(-3 ; -3)$  et  $V(4 ; -9)$

Il est très fortement conseillé de faire un schéma à main levée pour visualiser ce qu'on cherche.

- a) Calculer les coordonnées du centre E du cercle de diamètre [SU]
- b) Dans le triangle STV, la médiane issue de T coupe le côté [SV] au point M. Calculer les coordonnées de M.
- c) On ajoute le point W pour que le quadrilatère TUVW soit un parallélogramme. On appelle R le centre de ce parallélogramme. Calculer les coordonnées du point R.

#### ALM

Dans un repère  $(O, I, J)$ , on donne :

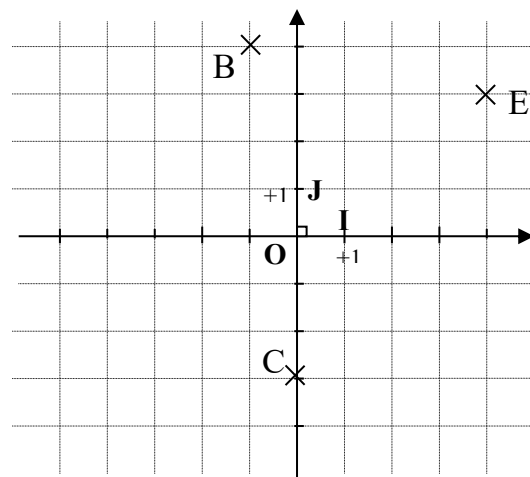
$A(-3 ; 4)$  ;  $B(9 ; 0)$  et  $C(-6 ; -1)$

- 1) La médiatrice du segment [AC] coupe [AC] au point H. Calculer les coordonnées de H.
- 2) Le point A est l'image de B par la symétrie de centre M. Déterminer les coordonnées de M.

## Exercice 10 : Calculs mélangés

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$

- 1) Lire les coordonnées des points B, C et E.
- 2) Calculer les longueurs BC et EB.
- 3) Calculer les coordonnées du point P, milieu du segment [CE]
- 4) Calculer la longueur BP.



## Exercice 11 : Démonstration dans un repère

On donne les points A (3 ; 7) ; B (-1 ; 2) et C (7 ; 2).

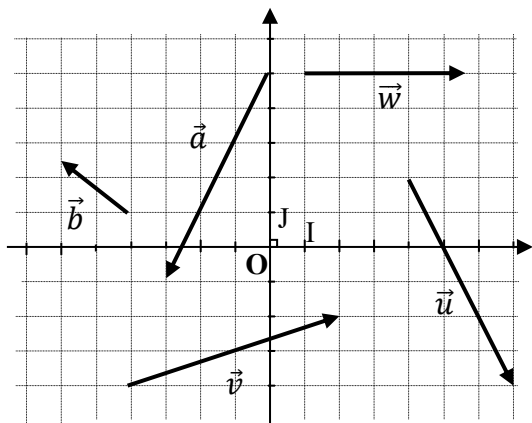
- 1) Placer les points dans un repère orthonormé.
- 2) Démontrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.
- 3) Soit E le milieu de [AB]. Calculer les coordonnées de E.
- 4) Construire le point D tel que E soit le milieu de [CD]. Déterminer graphiquement les coordonnées de D.
- 5) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier.

## Savoir Gr. 3

## Vecteurs

### Exercice 12 : Lire les coordonnées d'un vecteur

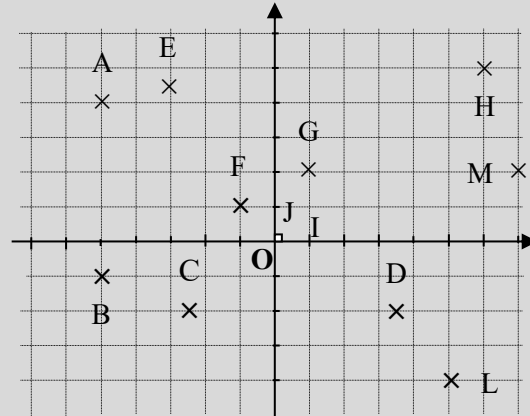
- 1) Lire les coordonnées des vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  dans le repère  $(O ; I ; J)$  ci-dessous.



ALM

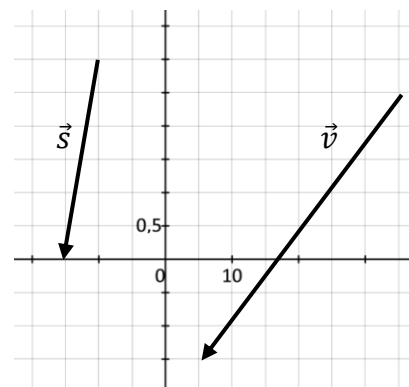
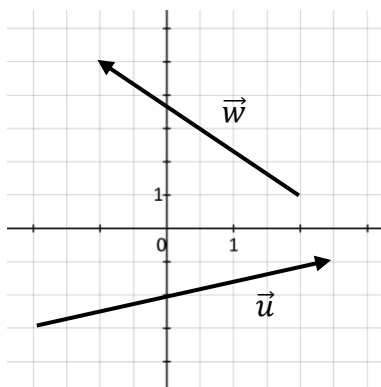
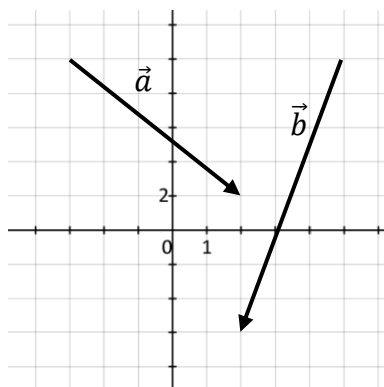
- 3) a) Tracer les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{FE}$ ,  $\overrightarrow{GH}$  et  $\overrightarrow{ML}$  dans le repère  $(O ; I ; J)$  ci-dessous.

- b) Lire les coordonnées de ces vecteurs



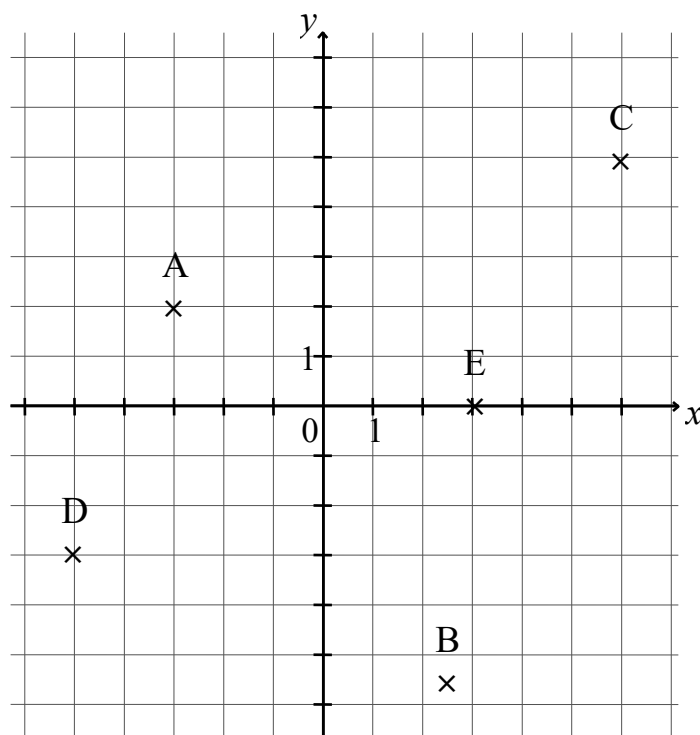
### 2) Attention aux unités !

On a tracé des vecteurs dans les repères ci-dessous... Donner leurs coordonnées



### Exercice 13 : Tracer un vecteur

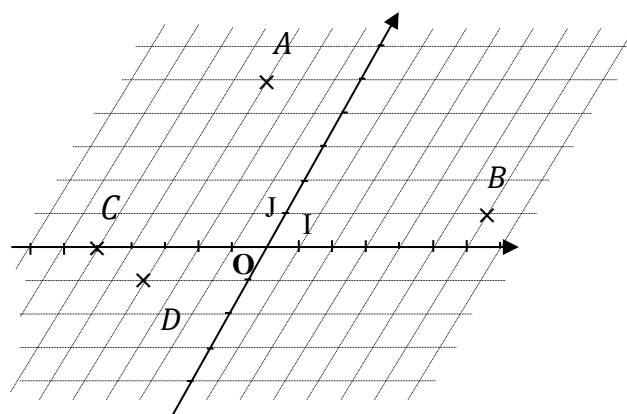
- 1) Dans le repère orthonormé ci-contre :
  - a) Tracer le vecteur  $\vec{u}(2; 4)$  à partir du point A
  - b) Tracer le vecteur  $\vec{u}$  à partir du point B
  - c) Tracer le vecteur  $\vec{v}(-2; 1)$  à partir du point A
  - d) Tracer le vecteur  $\vec{w}\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$  à partir du point C
  - e) Tracer le vecteur  $\vec{a}\begin{pmatrix} 3,5 \\ -1 \end{pmatrix}$  à partir du point D
  - f) Tracer le vecteur  $\vec{b}\left(-1; -\frac{7}{2}\right)$  à partir du point E
- 2) Tracer un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité un carreau et représenter les vecteurs  $\vec{u}(3; -2)$  et  $\vec{v}(-2; -4)$  :
  - a) Avec pour origine le point O
  - b) Avec pour origine le point P  $(-2; 4)$



### Exercice 14 : Dans un repère non orthogonal

Soit  $(O; I; J)$  le repère quelconque ci-contre

- 1) Lire graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D
- 2) Donner les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ , et  $\overrightarrow{AD}$



## Savoir Gr. 4

## Coordonnées d'un vecteur

### Exercice 15 : Calcul de coordonnées d'un vecteur

- 1) Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on donne :  $M(2; 7)$ ;  $S(5; 1)$ ;  $P(2; -1)$ ;  $Q(-6; -2)$  et  $R(-4; 3)$

Calculer les coordonnées des vecteurs :

$\overrightarrow{QS}$ ,  $\overrightarrow{MP}$ ,  $\overrightarrow{RS}$ ,  $\overrightarrow{SI}$ ,  $\overrightarrow{OP}$  et  $\overrightarrow{MQ}$

#### ALM

- 3) Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on donne les points suivants : A  $(4; -8)$ , B  $(-4; 5)$  et C  $(-1; -3)$

a) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BA}$  Que remarque-t-on ?

b) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  et  $\overrightarrow{OC}$ . Que remarque-t-on ?

c) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{IA}$ . Que remarque-t-on ?

## Exercice 16 : Vecteurs égaux ?

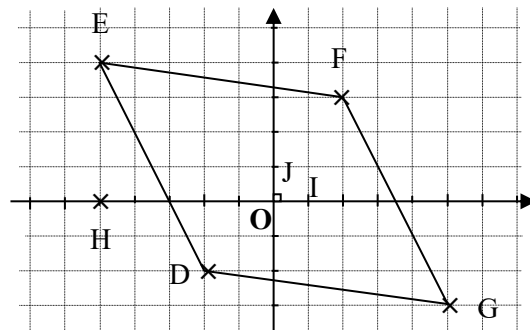
Dans un repère orthonormé, on donne les points suivants :  $A(-4 ; 1)$  ;  $B(-1 ; -4)$  ;  $C(0 ; 3)$  et  $D(3 ; -2)$

- 1) Les vecteurs  $\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{CB}$  sont-ils égaux ?
- 2) Les vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{DC}$  sont-ils égaux ?

## Exercice 17 : À partir d'une figure

Dans la figure ci-contre,  $DEFG$  est un parallélogramme.

- 1) Déterminer les coordonnées des points D, E, F, G et H
- 2) Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{HE}$  ;  $\overrightarrow{DH}$  ;  $\overrightarrow{FD}$
- 3) Montrer, par le calcul, que  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DG}$  et que  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$



## Exercice 18 : Calculs mélangés

### Situation 1

Dans un repère orthonormé, on donne les points suivants :  $A(3 ; -5)$  ;  $B(-1 ; 4)$  ;  $C(0 ; -2)$  ;  $D(3 ; -2)$  et  $E(2 ; 3)$

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$
- 2) Calculer les longueurs BC et DE.
- 3) On appelle M le milieu de  $[AC]$  et N le milieu de  $[BE]$ . Calculer leurs coordonnées.

### Situation 2

On se place dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$

On donne les points :  $A(-1 ; -3)$  ;  $B(6 ; 1)$  ;  $C(3 ; 4)$  ;  $D(0 ; 2)$  et  $E(-4 ; 1)$

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  ;  $\overrightarrow{EA}$  et  $\overrightarrow{BE}$ .
- 2) Calculer les longueurs AB, EA et ED.

### Situation 3

On se place dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$

On donne les points :  $K(-2 ; 3)$  ;  $L(-4 ; -2)$  ;  $M(2 ; 1)$  ;  $P(8 ; 4)$  ;  $R(5 ; -5)$  et  $N(1 ; -3)$

- 1) Calculer les longueurs LR et RP. Que peut-on en déduire sur le triangle LRP ?
- 2) Par un calcul de coordonnées, montrer que M est le milieu de  $[PL]$ .
- 3) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{KN}$  et  $\overrightarrow{MR}$ . Que peut-on dire de ces deux vecteurs ?

## Exercice 19 : Norme d'un vecteur

Dans un repère  $(O, I, J)$ , on a les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{a} \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$  et les points  $B(-1 ; -4)$  et  $C(6 ; -2)$

- a. Calculer  $\|\vec{u}\|$  et  $\|\vec{w}\|$
- b. Calculer la norme du vecteur  $\vec{a}$
- c. Calculer  $\|\overrightarrow{CB}\|$

**Exercice 20 : Calcul à partir des coordonnées du vecteur**

- 1) Dans un repère, on considère le point  $A(12 ; -9)$ . On donne  $\vec{u}(5 ; 17)$ .  
Soit  $B(x_B ; y_B)$  le point du plan tel que  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$
- Donner les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de  $x_B$  et de  $y_B$ .
  - En déduire, par une résolution d'équations, les coordonnées de  $B$ .
- 2) Dans ce même repère, on a  $C(-7 ; 9)$  et  $\vec{v}(-11 ; 14)$ .  $D$  est le point tel que  $\overrightarrow{DC} = \vec{v}$   
Calculer, en détaillant les calculs, les coordonnées du point  $D$ .

**Exercice 21 : Calcul à partir de coordonnées de points**

- 1) Dans un repère orthonormé, placer les points :  $F(-1 ; 5)$  ;  $G(4 ; 2)$  ;  $H(-5 ; 0)$  et  $K(5 ; -3)$
- 2) Construire le point  $P$ , tel que  $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{HF}$  Retrouver les coordonnées du point  $P$  par le calcul.
- 3) Placer le point  $L$  tel que  $\overrightarrow{LF} = \overrightarrow{HK}$ . Calculer les coordonnées du point  $L$ .
- 4) Placer le point  $R$  tel que  $\overrightarrow{GR} = \overrightarrow{RK}$  Calculer les coordonnées du point  $R$ .

**Exercice 22 : Calculs mélangés**

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on donne les points  $A(-4 ; 6)$  ;  $B(4 ; 2)$  ;  $C(-4 ; -1)$  et  $D(5 ; 5)$

- |                                                              |                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) a) Calculer la longueur $BD$ (valeur exacte)              | 2) On définit le point $P$ tel que $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ |
| b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DA}$ | a) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AP}$                              |
| c) Calculer les coordonnées du point $M$ , milieu de $[BC]$  | b) En déduire les coordonnées du point $P$                                                |

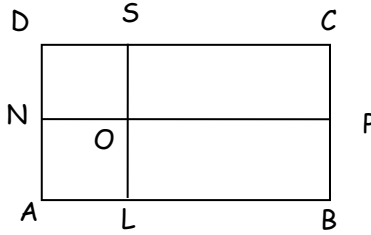
**Exercice 23 : Synthèse**

- 1) Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité 1 cm (ou 1 carreau), placer les points :  
 $A(-5 ; 3)$  ;  $B(4 ; 0)$  ;  $C(2 ; -6)$  ;  $D(-7 ; -3)$  et  $E(-1 ; -5)$ .
- 2) Soit  $M$  et  $P$  les milieux respectifs des segments  $[AC]$  et  $[BD]$ .
- Calculer les coordonnées de  $M$  et de  $P$ .
  - Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?
- 3) a. Calculer les longueurs  $CA$  et  $BD$ .
- Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?
- 4) a. Construire sur la figure le point  $F$  tel que  $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}$
- Retrouver par le calcul les coordonnées du point  $F$

## Exercice 24: Repères dans des figures simples

1) Repères normés (orthogonaux ou non)

ABCD et DSLA sont des rectangles ;  $AB = 8 \text{ cm}$  ;  $AD = 5 \text{ cm}$  ;  $AL = 2 \text{ cm}$   
N est le milieu de [DA] et P celui de [CB].



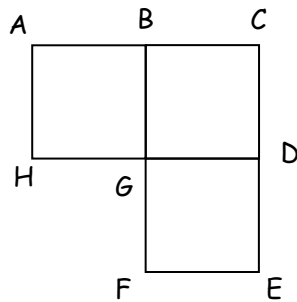
On considère le repère  $(O, I, J)$  où  $I \in [OP]$  et  $J \in [OS]$  de façon à ce que  $OI = OJ = 1 \text{ cm}$ .

- En couleur sur la figure tracer le repère  $(O, I, J)$ .
- Donner les coordonnées de tous les points de la figure

2) Repères non normés (orthogonaux ou non)

ABGH ; BCDG et DEFG sont trois carrés identiques ;  $AB = 6 \text{ cm}$

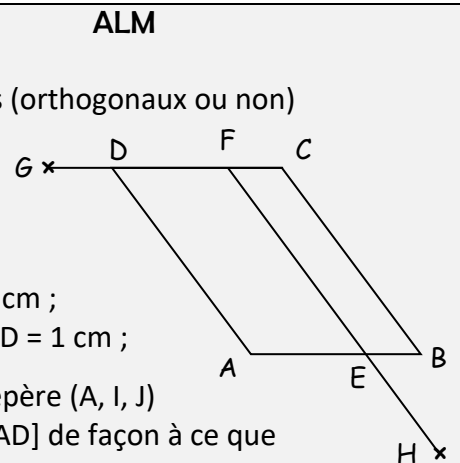
On considère le repère  $(H, D, A)$



- En couleur sur la figure tracer le repère  $(H, D, A)$ .
- Donner les coordonnées de tous les points de la figure

1) Repères normés (orthogonaux ou non)

ABCD est un parallélogramme  $(FH) \parallel (AD)$   
 $AB = 4 \text{ cm}$  ;  $AD = 7 \text{ cm}$  ;  
 $FH = 9 \text{ cm}$  ;  $EB = GD = 1 \text{ cm}$  ;

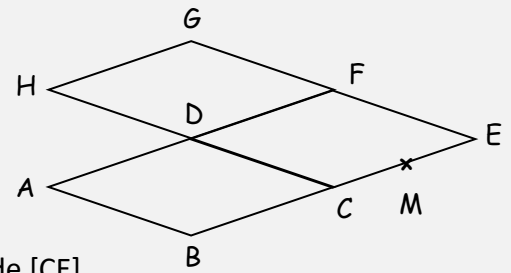


On considère le repère  $(A, I, J)$  où  $I \in [AB]$  et  $J \in [AD]$  de façon à ce que  $AI = AJ = 1 \text{ cm}$ .

- En couleur sur la figure tracer le repère  $(A, I, J)$ .
- Donner les coordonnées de tous les points de la figure

2) Repères non normés (orthogonaux ou non)

ABCD ; CDFE et DFGH sont trois losanges identiques



$AB = 6 \text{ cm}$   
M est le milieu de [CE]

On considère le repère  $(C, M, H)$

- En couleur sur la figure tracer le repère  $(C, M, H)$ .
- Donner les coordonnées de tous les points de la figure

## Exercice 25: Dans un pavage

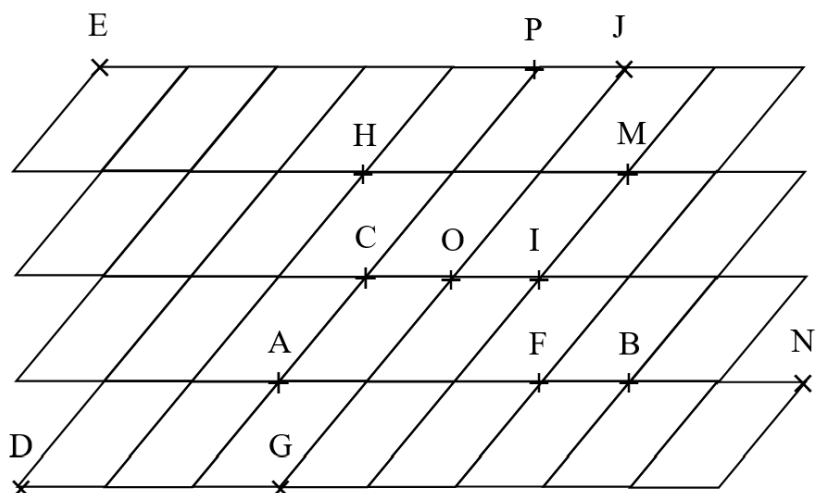
Le dessin ci-contre est un pavage, c'est-à-dire que toutes les figures qui le composent sont identiques (ici il s'agit de parallélogrammes)

1) On s'intéresse au repère orthogonal  $(O, I, J)$ .

Donner dans ce repère les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, M, N et P

1) On s'intéresse maintenant au repère orthogonal  $(A, B, C)$ .

Donner dans ce repère les coordonnées des points D, E, F, G, H, I, J, M, N, O et P



Dans le cas où les coordonnées ne sont pas des nombres entiers, les donner sous la forme d'une fraction irréductible

## Exercice 26 : Avec des fractions

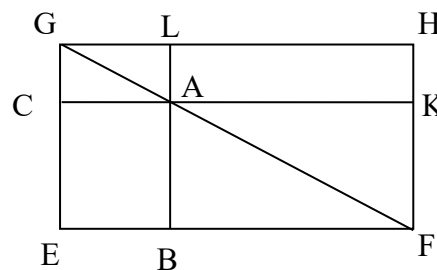
Le triangle EFG est rectangle en E, les quadrilatères ACED et LAHK sont des rectangles.

On donne  $EF = 8 \text{ cm}$  ;  $EG = 4 \text{ cm}$  ;  $EB = 2 \text{ cm}$  et  $BA = 3 \text{ cm}$ . *Attention, la figure n'est pas aux vraies grandeurs.*

1) On se place dans le repère orthonormé  $(C, I, J)$

avec  $I \in [CK]$  et  $J \in [CG]$  et  $CI = CJ = 1 \text{ cm}$ .

**Donner les coordonnées des points : A, F, K, L et E.**



2) On se place maintenant dans le repère orthogonal  $(A, K, L)$

**Donner les coordonnées des points : H, F, E, C et G.**

## Exercice 27 : Calculs détournés dans un figure géométrique

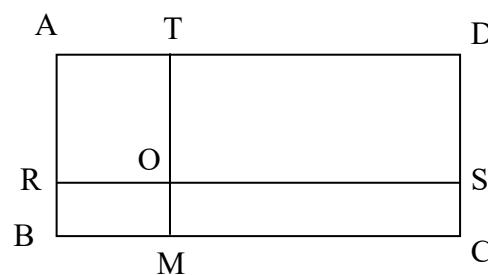
ABCD est un rectangle, avec  $AB = 6 \text{ cm}$  et  $BC = 8 \text{ cm}$ .

$(MT) \parallel (AB)$  et  $(RS) \parallel (BC)$ .

On admettra (pour éviter de faire des démonstrations évidentes) que les quadrilatères ATOR, ROMB, TDOS, OSCM, ADSR... sont des rectangles.

$BM = 2 \text{ cm}$  et  $BR = 1 \text{ cm}$

On définit un repère orthonormé  $(O, I, J)$  où  $I \in [OS]$  et  $J \in [OT]$  et  $OI = OJ = 1 \text{ cm}$



1) Déterminer dans le repère  $(O, I, J)$  les coordonnées des points A, B, C, D, M, T, R et S

2) Calculer les longueurs RT, MS, DO et AC.

3) Le triangle RTS est-il rectangle ? Justifier

# Corrections

## Corrigé Exercice 1

### 1) Repère 1 : $M_1(2,5 ; 3)$

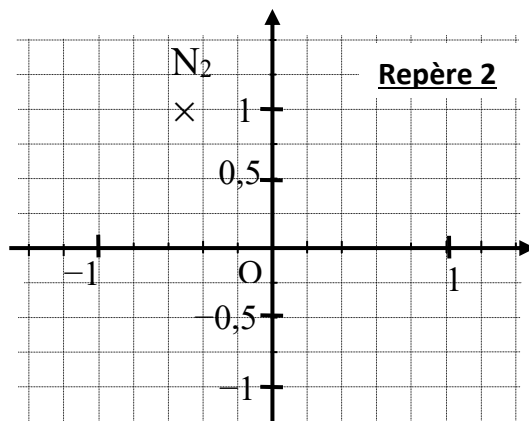
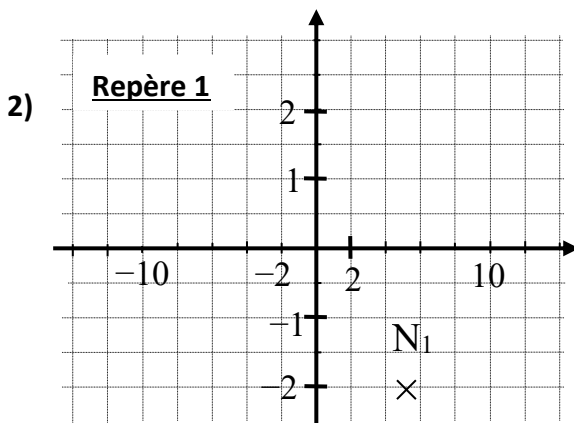
Axe des abscisses : 2 carreaux pour 1 unité

Axe des ordonnées : 1 carreau pour 1 unité

### Repère 2 : $M_2(-5 ; -6)$

Axe des abscisses : 1 carreau pour 1 unité

Axe des ordonnées : 1 carreau pour 2 unités



ALM

### 2) Repère 3 : $M_3(30 ; -1)$

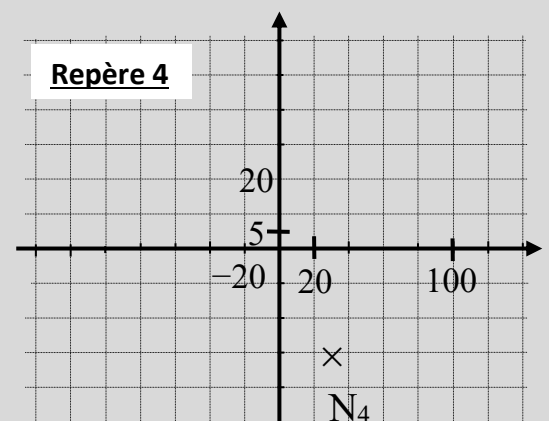
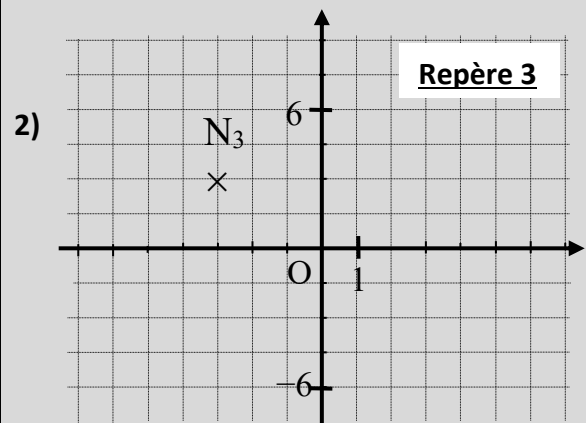
Axe des abscisses : 1 carreaux pour 5 unités

Axe des ordonnées : 4 carreaux pour 1 unité

### Repère 4 : $M_4(-0,4 ; 1,5)$

Axe des abscisses : 1 carreaux pour 0,1 unité

Axe des ordonnées : 2 carreaux pour 3 unités



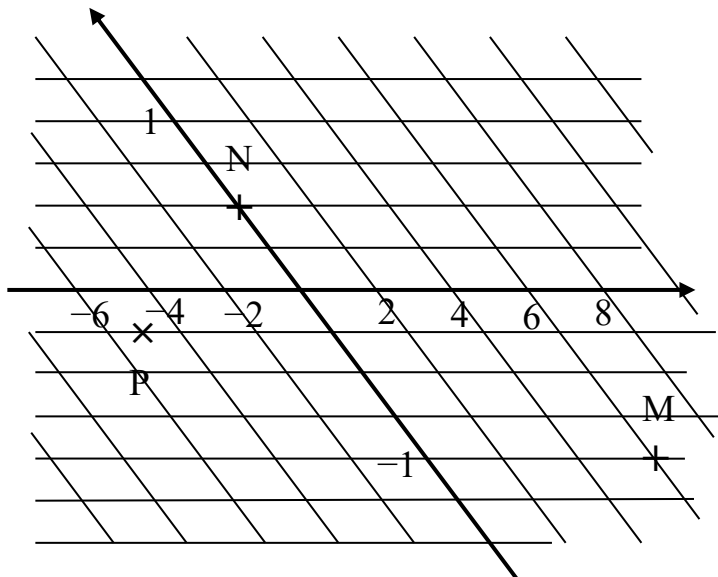
## Corrigé Exercice 2

- 1) a) A(7 ; 2)  
 B(6 ; -3,5)  
 C(-6 ; 0)  
 D(-1 ; 2,5)  
 E(0 ; -3,5)  
 F(-8 ; -1)

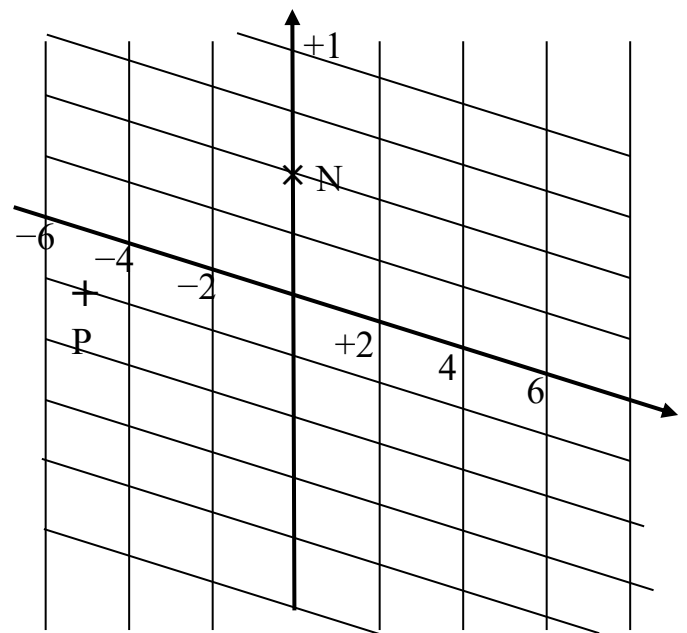
b)  $\Rightarrow$

2) Attention ! Bien évidemment le placement des points dépend totalement de la forme de votre repère !!!  
 J'en donne deux exemples, vérifiez approximativement...

Exemple 1



Exemple 2  $\Rightarrow$



## Corrigé Exercice 3

1) Le triangle AZE est rectangle en Z, alors, d'après le théorème de Pythagore, on a  $AE^2 = AZ^2 + ZE^2$   
 Donc  $ZE^2 = AE^2 - AZ^2 = 29^2 - 20^2 = 841 - 400 = 441$  et  $ZE = \sqrt{441} = 21$

2) D'un côté  $RT^2 + RY^2 = 28^2 + 45^2 = 2809$  et de l'autre côté  $TY^2 = 53^2 = 2809$   
 On a l'égalité  $RT^2 + RY^2 = TY^2$  : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle RTY est rectangle en R.**

3) D'un côté  $UI^2 + IO^2 = 9^2 + 15^2 = 306$  et de l'autre côté  $UO^2 = 17^2 = 289$   
 On n'a pas l'égalité  $UI^2 + IO^2 \neq UO^2$  : d'après la contraposée du théorème de Pythagore, **le triangle UIO n'est pas rectangle.** Comme il n'est pas isocèle non plus, le triangle UIO est donc quelconque...

4) On a  $PM = \sqrt{7}$ ,  $PL = 3\sqrt{2}$  et  $ML = 5$ . Le triangle PML est-il rectangle en P ?  
 D'un côté  $PM^2 + PL^2 = (\sqrt{7})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 7 + 9 \times 2 = 25$  et de l'autre côté  $ML^2 = 5^2 = 25$   
 On a l'égalité  $PM^2 + PL^2 = ML^2$  : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle PML est rectangle en P.**

## Corrigé Exercice 4

1) La droite  $(AI)$  est la médiane issue de  $A$ . Si elle est perpendiculaire à la base  $(BC)$ , cela veut dire que c'est aussi la hauteur issue de  $A$  : un triangle dont la médiane et la hauteur sont confondues (et médiatrice et bissectrice aussi d'ailleurs) est un triangle isocèle : **le triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$**

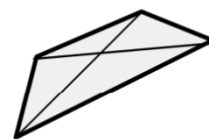
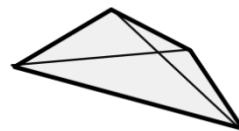
2) Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange :  **$DEFG$  est un losange**

3)  $KLM$  est un isocèle en  $K$ , donc les angles à la base sont égaux : on a  $\widehat{KLM} = \widehat{KML} = 60^\circ$   
Comme la somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ , on a  $\widehat{LMK} = 180 - (60 + 60) = 60^\circ$   
Les 3 angles sont égaux, le **triangle  $KLM$  est un triangle équilatéral**.

4) **On ne peut pas en déduire grand-chose....** Les diagonales de la même longueur, ça peut donner des quadrilatères très différents. Par exemples :

5) On sait que les diagonales  $[SU]$  et  $[TV]$  se coupent en leur milieu  $W$  : donc le quadrilatère  $STUV$  est un parallélogramme.  
Et de plus, ces diagonales ont la même longueur puisque  $SU = TV$  : le parallélogramme  $STUV$  est donc un **rectangle**

6)  $XYZA$  est un parallélogramme dont 2 côtés consécutifs,  $[AX]$  et  $[XY]$  sont perpendiculaires :  **$XYLA$  est alors un rectangle**



## Corrigés Savoir Gr. 1

### Corrigé Exercice 5

1) a.  $M(-2; 0)$ ,  $A(-5; 2)$ ,  $T(6; 4)$ ,  $H(1; -3)$  et  $S(0; 4)$ .  $\Rightarrow$  N'oubliez pas que :  $I(1; 0)$  et  $J(0; 1)$

$$\begin{aligned} \text{b. } TM &= \sqrt{(x_M - x_T)^2 + (y_M - y_T)^2} & AI &= \sqrt{(1 - (-5))^2 + (0 - 2)^2} & JH &= \sqrt{(1 - 0)^2 + (-3 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 6)^2 + (0 - 4)^2} & &= \sqrt{(1 + 5)^2 + (-2)^2} & &= \sqrt{1^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2} & &= \sqrt{6^2 + 4} & &= \sqrt{1 + 16} \\ &= \sqrt{64 + 16} & &= \sqrt{36 + 4} & &= \sqrt{17} \\ &= \sqrt{80} & &= \sqrt{40} & & \text{valeur approchée : } TM \simeq 4,1 \end{aligned}$$

valeur approchée :  $TM \simeq 8,9$

valeur approchée :  $TM \simeq 6,3$

$$SO = \sqrt{(0 - 0)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = \sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4$$

c. Quelque soient les mesures que vous trouvez (et qui dépendent de la réduction de la photocopieuse...) vous ne trouverez pas les valeurs calculées : les longueurs calculées sont en unité de longueur, alors que votre mesure est en cm...

$$\begin{aligned} \text{2) } AB &= \sqrt{(-35 - 10)^2 + (45 - (-20))^2} \\ &= \sqrt{(-45)^2 + 65^2} = \sqrt{6\,250} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA &= \sqrt{(10 - (-10))^2 + (-20 - 30)^2} \\ &= \sqrt{20^2 + (-50)^2} = \sqrt{2\,900} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DJ &= \sqrt{(0 - (-1,5))^2 + (1 - 2,4)^2} \\ &= \sqrt{1,5^2 + (-1,4)^2} = \sqrt{4,21} \end{aligned}$$

### ALM

$$\begin{aligned} \text{3) } EH &= \sqrt{(-2 - 5)^2 + (-1 - (-4))^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + (-1 + 4)^2} \\ &= \sqrt{49 + 3^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FG &= \sqrt{(-0,5 - (-6))^2 + (5 - 0)^2} \\ &= \sqrt{(-0,5 + 6)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{5,5^2 + 25} = \sqrt{30,25 + 25} \\ &= \sqrt{55,25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IF &= \sqrt{(-6 - 1)^2 + (0 - 0)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + 0^2} = \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

## Corrigé Exercice 6

### Démonstration 1

a.  $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$  ,  $BC = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18}$  et  $AC = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$

b.  $AB = AC \Rightarrow$  Il s'agit d'un triangle isocèle en A

### Démonstration 2

a.  $DE = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{52}$  ,  $EF = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65}$  et  $FD = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

b.  $EF^2 = 65$  et  $DE^2 + FD^2 = 52 + 13 = 65 \Rightarrow EF^2 = DE^2 + FD^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en D.

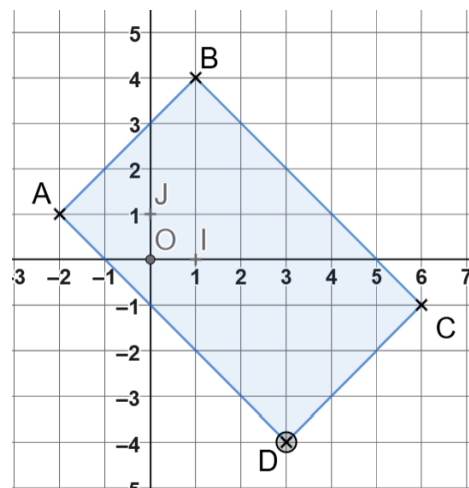
### Démonstration 3

b.  $AB = \sqrt{18}$  ,  $AC = \sqrt{68}$  et  $BC = \sqrt{50}$

c.  $AC^2 = 68$  et  $AB^2 + BC^2 = 18 + 50 = 68$

$\Rightarrow$  Réciproque du thém de Pythagore  $\Rightarrow ABC$  est rectangle en B

e.  $A_{ABCD} = AB \times BC = \sqrt{18} \times \sqrt{50} = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30$



## Corrigé Exercice 7

a)  $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = \sqrt{(4 - (-3))^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{49 + 49} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2} \Rightarrow MN \simeq 9,9$

b) diamètre = rayon  $\times 2 \Rightarrow d = 2 \times OP = 2 \times \sqrt{(3 - 0)^2 + (-3 - 0)^2} = 2 \times \sqrt{18} = 6\sqrt{2} \Rightarrow d \simeq 8,5$

c) rayon =  $\frac{\text{diamètre}}{2} \Rightarrow r = \frac{PM}{2} = \frac{\sqrt{(-3 - 3)^2 + (5 - (-3))^2}}{2} = \frac{\sqrt{36 + 64}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2} = 5$

d)  $SP = \frac{JP}{2} = \frac{\sqrt{(3 - 0)^2 + (-3 - 1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{25}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

e)  $IT = NI = \sqrt{(1 - 4)^2 + (0 - (-2))^2} = \sqrt{13} \Rightarrow IT \simeq 3,6$

# Corrigés Savoir Gr. 2

## Corrigé Exercice 8

$$A : \begin{cases} x_A = \frac{x_M + x_L}{2} = \frac{5 + (-3)}{2} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_A = \frac{y_M + y_L}{2} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow A(1; 5)$$

$$D : \begin{cases} x_D = \frac{0 + (-3)}{2} = \frac{-3}{2} = -1,5 \\ y_D = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow D(-1,5; 4) \text{ ou } D\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$$

$$B : \begin{cases} x_B = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \\ y_B = \frac{-5+(-6)}{2} = \frac{-11}{2} = -5,5 \end{cases} \Rightarrow B(0,5; -5,5) \text{ ou } B\left(\frac{1}{2}; -\frac{11}{2}\right)$$

$$Z : \begin{cases} x_Z = \frac{0+5}{2} = \frac{5}{2} \\ y_Z = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow Z\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$C : \begin{cases} x_C = \frac{4+(-1)}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \\ y_C = \frac{0+(-5)}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5 \end{cases} \Rightarrow C(1,5; -2,5) \text{ ou } C\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$

## ALM

Rappel :  $I(1; 0)$  et  $J(0; 1)$

M milieu de  $[AI]$  :  $x_M = \frac{x_A + x_I}{2} = \frac{-3+1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$  et  $y_M = \frac{y_A + y_I}{2} = \frac{2+0}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow M(-1; 1)$

N milieu de  $[JB]$  :  $x_N = \frac{0+0}{2} = \frac{0}{2} = 0$  et  $y_N = \frac{1-8}{2} = \frac{-7}{2} = -3,5 \Rightarrow N(0; -3,5)$

P milieu de  $[CM]$  :  $x_P = \frac{\frac{1}{2}-1}{2} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{2} \div 2 = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$  et  $y_P = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow P(-\frac{1}{4}; 3)$

## Corrigé Exercice 9

a) Le centre E du cercle de diamètre  $[SU]$  est le milieu de  $[SU]$

$$\Rightarrow x_E = \frac{x_S + x_U}{2} = \frac{1 + (-3)}{2} = -1 \text{ et } y_E = \frac{y_S + y_U}{2} = \frac{7 + (-3)}{2} = 2$$

$$\Rightarrow E(-1; 2)$$

b) La médiane issue de T coupe le côté  $[SV]$  en son milieu

$\Rightarrow M$  est le milieu de  $[SV]$

$$x_M = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \text{ et } y_M = \frac{7-9}{2} = -1 \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; -1\right)$$

c) Le centre d'un parallélogramme est le milieu de ses diagonales

$\Rightarrow R$  est le milieu de  $[TV]$

$$x_R = \frac{-5+4}{2} = -\frac{1}{2} \text{ et } y_R = \frac{2-9}{2} = -\frac{7}{2} \Rightarrow R(-0,5; -3,5)$$

## ALM

1) La médiatrice d'un segment passe par son milieu : H est le milieu du segment  $[AC]$

$$x_H = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3-6}{2} = -\frac{9}{2} = -4,5$$

$$\text{et } y_H = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\Rightarrow H(-4,5; 1,5)$$

2) Le centre de symétrie est le milieu des segments formés par un point et son image  
 $\Rightarrow$  Le point M est le milieu de  $[AB]$

$$x_M = \frac{-3+9}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

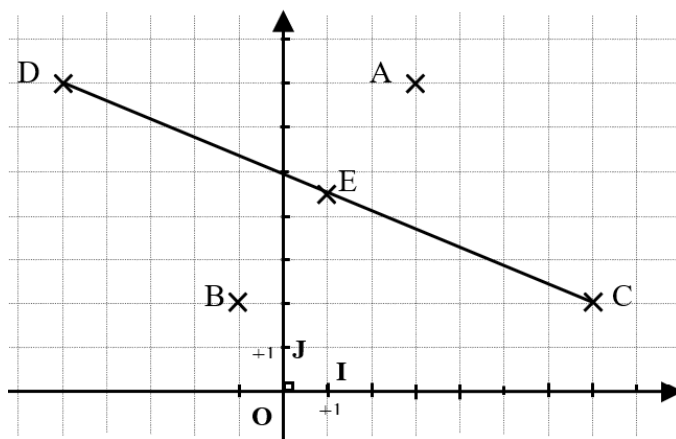
$$\text{et } y_M = \frac{4+0}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow M(3; 2)$$

## Corrigé Exercice 10

- 1) B (-1 ; 4), C (0 ; -3) et E (4 ; 3)
- 2)  $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0 - (-1))^2 + (-3 - 4)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50}$   
 $EB = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$
- 3)  $x_P = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2$  et  $y_P = \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow P(2 ; 0)$
- 4)  $BP = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

## Corrigé Exercice 11

- 1) Cf. ci-contre.
- 2)  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 - 7)^2}$   
 $AB = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$   
 $AC = \sqrt{(7 - 3)^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$   
 On a donc  $AB = AC$ . On en déduit que ABC est isocèle en A.
- 3) On a :  $x_E = \frac{1}{2}(x_A + x_B) = \frac{3 - 1}{2} = 1$  et  $y_E = \frac{1}{2}(y_A + y_B)$   
 $= \frac{7 + 2}{2} = \frac{9}{2}$  On a donc  $E\left(1 ; \frac{9}{2}\right)$
- 4) On a : D(-5 ; 7).
- 5) E est le milieu des diagonales [AB] et [CD], le quadrilatère ACBD est donc un parallélogramme



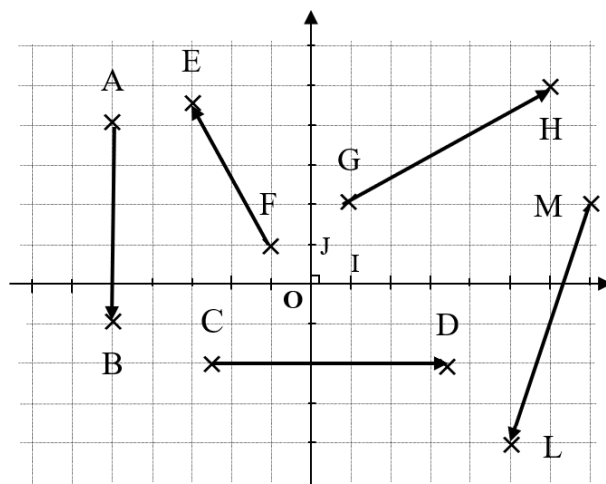
## Corrigés Savoir Gr. 3

### Corrigé Exercice 12

- 1)  $\vec{u}(3; -6)$   $\vec{v}(6; 2)$   
 $\vec{w}\begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \end{pmatrix}$   $\vec{a}\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$   
 $\vec{b}(-2; 1,5)$
- 2)  $\vec{a}(5; -8)$  et  $\vec{b}(-3; -16)$

| ALM                         |                                                                |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 3) a)                       | ci-contre                                                      |
| b)                          | $\overrightarrow{AB}(0; -5)$                                   |
| $\overrightarrow{CD}(6; 0)$ | $\overrightarrow{FE}\begin{pmatrix} -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$   |
| $\overrightarrow{GH}(5; 3)$ | et $\overrightarrow{ML}\begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$ |

$\vec{u}\begin{pmatrix} 4,5 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  puis  $\vec{s}\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v}\begin{pmatrix} -30 \\ -4 \end{pmatrix}$

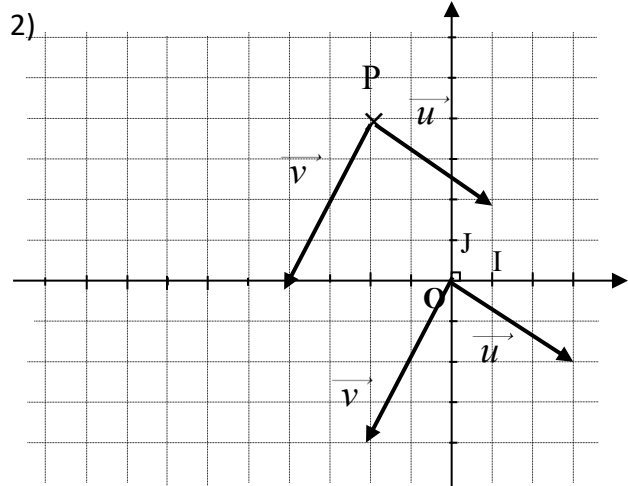


Attention, pour des questions de mise en page, la correction de l'exercice 13 est après celle de l'exercice 14!

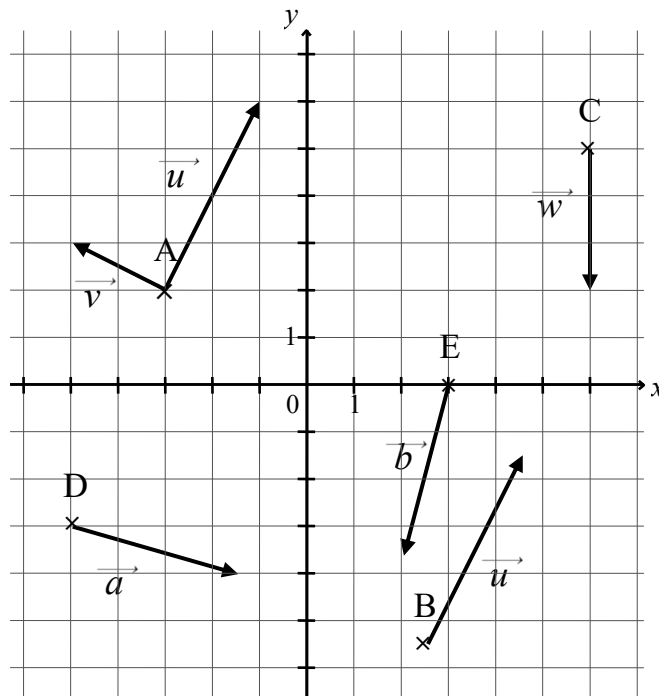
### Corrigé Exercice 14

- 1) A(-3 ; 5), B(6 ; 1), C(-5 ; 0) et D(-3 ; -1)
- 2)  $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -11 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AD}(0 ; -6)$

## Corrigé Exercice 13



1)  $\Rightarrow$



## Corrigés Savoir Gr. 4

### Corrigé Exercice 15

$$\begin{array}{l}
 1) \overrightarrow{QS} \begin{pmatrix} x_N - x_Q \\ y_N - y_Q \end{pmatrix} \\
 \overrightarrow{QS} \begin{pmatrix} 5 - (-6) \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} \\
 \overrightarrow{QS} (11; 3)
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 \overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} 2 - 2 \\ -1 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix} \\
 \overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 5 - (-4) \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}
 \end{array} \right|
 \begin{array}{l}
 \overrightarrow{OP} (2 - 0; -1 - 0) \\
 \overrightarrow{OP} (2; -1)
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 \overrightarrow{SI} = \begin{pmatrix} 1 - 5 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 \overrightarrow{MQ} = \begin{pmatrix} -6 - 2 \\ -2 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -9 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

### ALM

|                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>3) a)</b> $\overrightarrow{AB} (-8; 13)$<br>et $\overrightarrow{AB} (8; -13)$<br><i>Les coordonnées sont opposées</i> | <b>b)</b> $\overrightarrow{OA} (4; -8); \overrightarrow{OB} (-4; 5)$ et $\overrightarrow{OC} (-1; -3)$<br><i>Le vecteur d'origine O a les mêmes coordonnées que son extrémité.</i> | <b>c)</b> $\overrightarrow{BC} (3; -8)$ et $\overrightarrow{IA} (3; -8)$<br><i>Les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées : ils sont égaux</i> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Corrigé Exercice 16

1)  $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 3 - (-4) \\ -2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -1 - 0 \\ -4 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{CB}$  ne sont pas égaux

2)  $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 4 - (-1) \\ 1 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 0 - 3 \\ 3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{DC}$  sont égaux

### Corrigé Exercice 17

1)  $D(-2; -2); E(-5; 4); F(2; 3); G(5; -3)$  et  $H(-5; 0)$

2)  $\overrightarrow{HE} (0; 4)$        $\overrightarrow{DH} (-3; 2)$        $\overrightarrow{DH} (-4; -5)$

3)  $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 - (-5) \\ 3 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{DG} \begin{pmatrix} 5 - (-2) \\ -3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$  On a bien  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DG}$

Et  $\overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} -5 - (-2) \\ 4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{GF} \begin{pmatrix} 2 - 5 \\ 3 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$  On a bien  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$

## Corrigé Exercice 18

### Situation 1

1)  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ 4 - (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 - 0 \\ -2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

2)  $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0 - (-1))^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{1^2 + (-6)^2} = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37}$

$DE = \sqrt{(2 - 3)^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

3)  $M(x_M; y_M) : x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$  et  $y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-5 - 2}{2} = \frac{-7}{2} = -3,5 \Rightarrow M(1,5; -3,5)$

$N : x_N = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$  et  $y_N = \frac{4 + 3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5 \Rightarrow N\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$

### Situation 2

1) On obtient :  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ ;  $\overrightarrow{EA} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix}$

2) On peut en fait réutiliser les coordonnées des vecteurs :

$AB = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$  ;  $EA = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$  et  $ED = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$

### Situation 3

1)  $LR = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$  et  $RP = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = LR$

On en déduit que le triangle  $LRP$  est isocèle en  $R$ .

2) Appelons  $x$  et  $y$  les coordonnées du milieu de  $[PL]$ . On a :  $x = \frac{8 + (-4)}{2} = 2$  et  $y = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$

On constate que  $x_M = x$  et que  $y_M = y$ .  $M$  est donc le milieu de  $[PL]$ .

3) On obtient :  $\overrightarrow{KN} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{MR} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$  On a donc  $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{MR}$  (vecteurs égaux)

## Corrigé Exercice 19

a.  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x_{\vec{u}}^2 + y_{\vec{u}}^2} = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$  et  $\|\vec{w}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$

b.  $\|\vec{d}\| = \sqrt{0^2 + 7^2} = \sqrt{7^2} = 7$

c. On a  $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} x_B - x_C \\ y_B - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 6 \\ -4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \end{pmatrix}$  Alors  $\|\overrightarrow{CB}\| = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}$

# Corrigés Savoir Gr. 5

## Corrigé Exercice 20

1) a)  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - 12 \\ y_B + 9 \end{pmatrix}$

b)  $\overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_B - 12 \\ y_B + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 17 \end{pmatrix}$  On a  $\begin{cases} x_B - 12 = 5 \\ y_B + 9 = 17 \end{cases}$  donc  $\begin{cases} x_B = 5 + 12 = 17 \\ y_B = 17 - 9 = 8 \end{cases}$  Donc  $B(17; 8)$

2)  $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 - x_D \\ 9 - y_D \end{pmatrix} = \vec{v} = \begin{pmatrix} -11 \\ 14 \end{pmatrix}$

On a  $\begin{cases} -7 - x_D = -11 \\ 9 - y_D = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_D = -11 + 7 = -4 \\ -y_D = 14 - 9 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = -5 \end{cases}$  Donc  $D(4; -5)$

## Corrigé Exercice 21

1)  $\Rightarrow$

2) On construit P tel que  $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{HF}$

or on a  $\overrightarrow{GP} \begin{pmatrix} x_P - x_G \\ y_P - y_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P - 4 \\ y_P - 2 \end{pmatrix}$

et  $\overrightarrow{HF} \begin{pmatrix} x_F - x_H \\ y_F - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-5) \\ 5 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

On a donc les équations :

$$x_{GP} = x_{HF} \quad \text{et} \quad y_{GP} = y_{HF}$$

$$x_P - 4 = 4 \quad \text{et} \quad y_P - 2 = 5$$

$$x_P = 4 + 4 = 8 \quad \text{et} \quad y_P = 5 + 2 = 7$$

$$\Rightarrow \mathbf{P(8; 7)}$$

3) On a  $\overrightarrow{LF} = \overrightarrow{HK}$ .

$$\overrightarrow{LF} \begin{pmatrix} x_F - x_L \\ y_F - y_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - x_L \\ 5 - y_L \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{HK} \begin{pmatrix} x_K - x_H \\ y_K - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - (-5) \\ -3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

On a donc les équations

$$x_{LF} = x_{HK}$$

et

$$y_{LF} = y_{HK}$$

$$-1 - x_L = 10$$

et

$$5 - y_L = -3$$

$$-x_L = 10 + 1 = 11$$

et

$$-y_L = -3 - 5 = -8$$

$$x_L = -11$$

et

$$y_L = 8$$

$$\Rightarrow \mathbf{L(-11; 8)}$$

4) On a  $\overrightarrow{GR} = \overrightarrow{RK}$ . Donc  $\overrightarrow{GR} \begin{pmatrix} x_R - 4 \\ y_R - 2 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{RK} \begin{pmatrix} 5 - x_R \\ -3 - y_R \end{pmatrix}$

On a les équations :  $x_R - 4 = 5 - x_R$  et  $y_R - 2 = -3 - y_R$

$$2x_R = 9$$

$$x_R = \frac{9}{2}$$

$$2y_R = -1$$

$$y_R = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{R\left(\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}\right)}$$

## Corrigé Exercice 22

1) a)  $BD = \sqrt{(5-4)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$

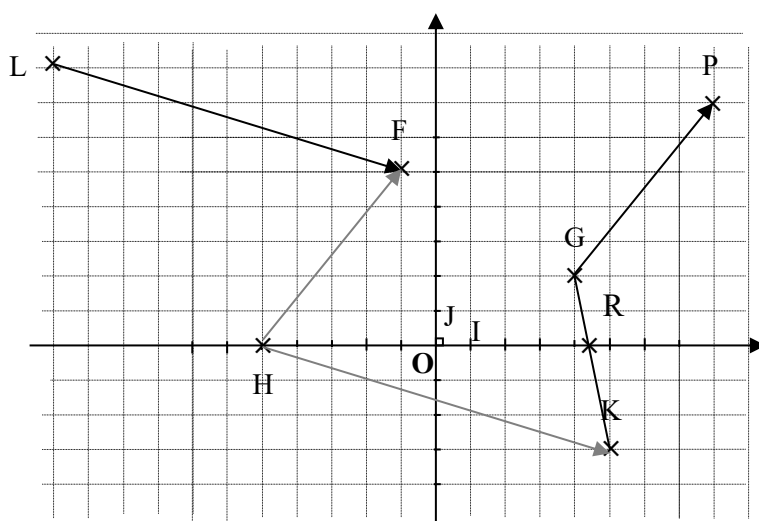
b)  $\overrightarrow{DA} = (-5-5; 6-5) = \mathbf{(-10; 1)}$

c)  $x_M = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$  et  $y_M = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2}$  Conclusion :  $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$

2) a)  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) On pose  $P(x; y)$ . On a alors :  $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} x - (-4) \\ y - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = -3 \\ y - 6 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 4 \end{cases}$

Donc :  $\mathbf{P(-7; 4)}$



## Corrigé Exercice 23

2) a.  $M\left(\frac{x_A+x_C}{2}; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$  donc  $\begin{cases} x_M = \frac{-5+2}{2} = -\frac{3}{2} \\ y_M = \frac{3-6}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$

On a  $M(-1,5; -1,5)$

et  $\begin{cases} x_P = \frac{4-7}{2} = -\frac{3}{2} \\ y_P = \frac{0-3}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$  On a  $P(-1,5; -1,5)$

Les points  $M$  et  $P$  sont confondus

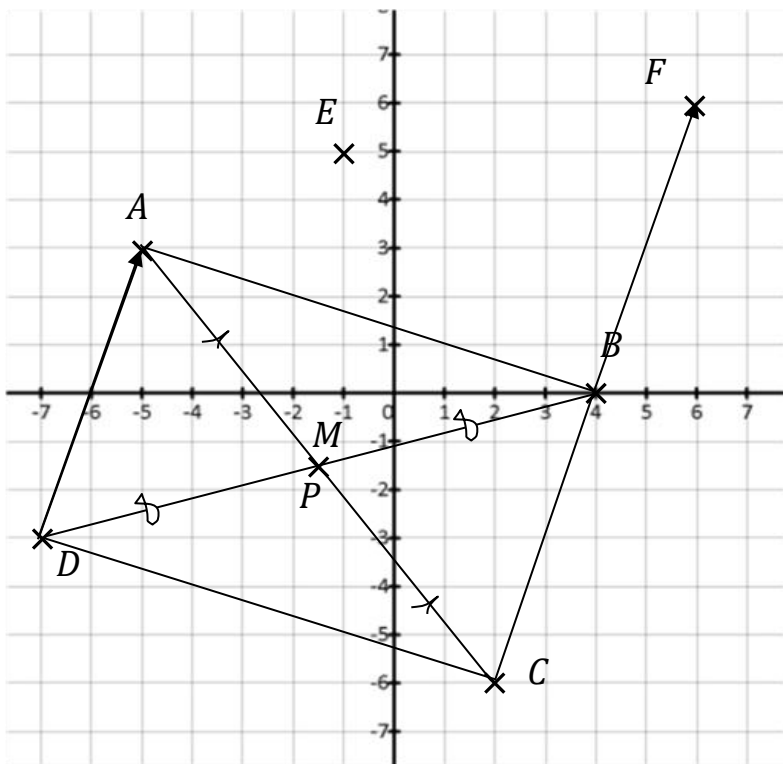
b. Le quadrilatère  $ABCD$  a ses diagonales qui ont le même milieu, c'est donc un **parallélogramme**

3) a.  $CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$   
 $= \sqrt{(2 - (-5))^2 + (-6 - 3)^2}$   
 $= \sqrt{7^2 + (-9)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$

Et  $BD = \sqrt{(-7 - 4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130}$

b. Le parallélogramme  $ABCD$  a ses diagonales de la même longueur : il s'agit d'un **rectangle**.

4) b.  $\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} x_F - 4 \\ y_F \end{pmatrix}$  donc  $\begin{cases} x_F - 4 = 2 \\ y_F = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 6 \\ y_F = 6 \end{cases} \Rightarrow F(6; 6)$



## Corrigés Savoir Gr. 6

### Corrigé Exercice 24

1) Figure 1 : Rectangle

a)

b)  $A(-2; -2,5)$

$B(6; -2,5)$

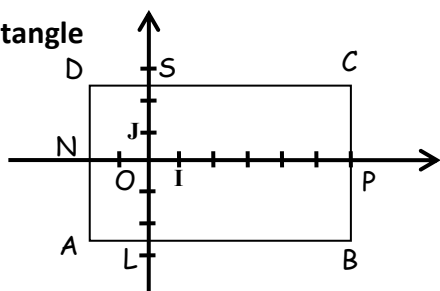
$C(6; +2,5)$

$D(-2; 2,5)$

$L(0; -2,5)$

$P(6; 0)$

$S(0; 2,5)$   $N(-2; 0)$  et bien sûr  $O(0; 0)$



2) Figure 3 : Carrés

a)

b)  $A(0; 1)$

$B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

$C(1; 1)$

$D(1; 0)$

$E(1; -1)$

$F\left(\frac{1}{2}; -1\right)$   $G\left(\frac{1}{2}; 0\right)$   $H(0; 0)$

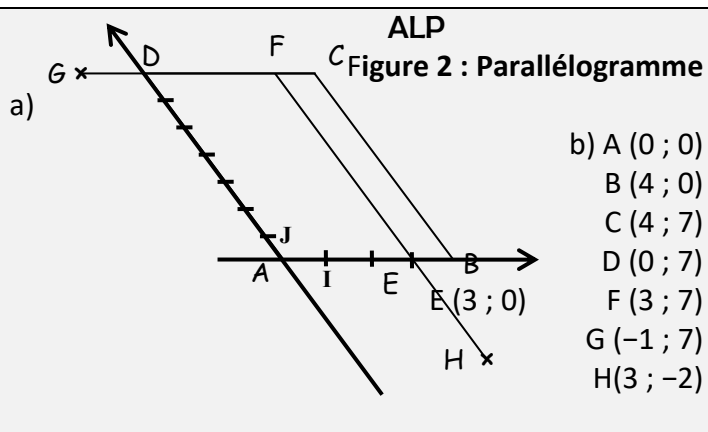
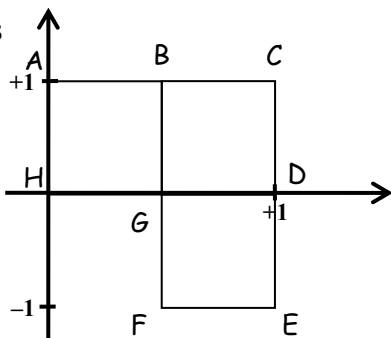


Figure 4 : Losanges

a)

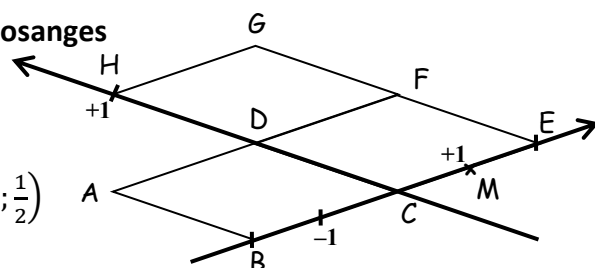
b)  $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$

$B(-2; 0)$

$C(0; 0)$

$D\left(0; \frac{1}{2}\right)$   $E(2; 0)$

$F\left(2; \frac{1}{2}\right)$   $G(2; 1)$   $H(0; 1)$   $M(1; 0)$



## Corrigé Exercice 25

1)

$$\begin{array}{cccccc} A \left(-1; -\frac{1}{2}\right) & B \left(3; -\frac{1}{2}\right) & C (-1; 0) & D (-3; -1) & E (-6; 1) & F \left(2; -\frac{1}{2}\right) \\ G (0; -1) & H \left(-2; \frac{1}{2}\right) & M \left(1; \frac{1}{2}\right) & N \left(5; -\frac{1}{2}\right) & P (-1; 1) & \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{cccccc} D \left(-\frac{1}{2}; -1\right) & E \left(-\frac{5}{4}; 3\right) & F \left(\frac{3}{4}; 0\right) & G \left(\frac{1}{4}; -1\right) & H \left(-\frac{1}{4}; 2\right) & I \left(\frac{1}{2}; 1\right) \\ J \left(\frac{1}{4}; 3\right) & M \left(\frac{1}{2}; 2\right) & N \left(\frac{3}{2}; 0\right) & O \left(\frac{1}{4}; 1\right) & P (0; 3) & \end{array}$$

## Corrigé Exercice 26

1) Dans le repère orthonormé (C, I, J) :  $A(2; 0)$  ;  $F(8; -3)$  ;  $K(8; 0)$  ;  $L(2; 1)$  et  $E(0; -3)$

2) Dans le repère orthogonal (A, K, L) :  $H(1; 1)$  ;  $F(1; -1)$  ;  $E\left(-\frac{1}{3}; -3\right)$  ;  $C\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$  et  $G\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

Explications  $AC = 2$  cm et  $AK = 6$  cm donc quand  $AK = 1$  unité,  $AC = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  unité

## Corrigé Exercice 27

1) On a :  $A(-2; 5)$  ;  $B(-2; -1)$  ;  $C(6; -1)$  ;  $D(6; 5)$  ;  $M(0; -1)$  ;  
 $T(0; 5)$  ;  $R(-2; 0)$  ;  $S(6; 0)$

2) On obtient :  $RT = \sqrt{(0+2)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$   
 $MS = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}$   $DO = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$   
 $AC = \sqrt{64+36} = 10$

3) On a déjà  $RT = \sqrt{29}$  et  $RS = 8$  cm  $\Rightarrow$  On calcule :  $TS = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = \sqrt{61}$   
Plus long côté :  $RS^2 = 64$  Les deux autres :  $RT^2 + TS^2 = 29 + 61 = 90 \neq 64$

$RS^2 \neq RT^2 + TS^2$  : D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle RTS n'est pas rectangle.

