

Corrigé Exercice 1

1. On a : $(3 \leq A \leq 4) \Leftrightarrow (3 \leq 0,2X \leq 4) \Leftrightarrow \left(\frac{3}{0,2} \leq X \leq \frac{4}{0,2}\right) \Leftrightarrow (15 \leq X \leq 20)$.
On calcule donc : $P(3 \leq A \leq 4) = P(15 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) \approx 0,06$.
Il y a donc 6% de chances d'obtenir entre 3 et 4 €.
2. a. On a : $Y > 100 \Leftrightarrow D + 10 > 100 \Leftrightarrow D > 90$.
On calcule donc : $P(Y > 100) = P(D > 90) = 1 - P(D \leq 90) \approx 0,45$.
Il y a 45% de chances que la durée de vie soit supérieure à 100 heures.
- b. On a : $Z > 100 \Leftrightarrow 1,25D > 100 \Leftrightarrow D > \frac{100}{1,25} \Leftrightarrow D > 80$.
On calcule donc : $P(Z > 100) = P(D > 80) = 1 - P(D \leq 80) \approx 0,998$.
Il y a 99,8% de chances que la durée de vie soit supérieure à 100 heures.

Corrigé Exercice 2

1. • P et E : On peut admettre que **ces deux variables sont indépendantes** : Le fait de connaître l'âge de l'élève ne donne aucune information sur l'âge du professeur (et inversement).
- S et V : Ces deux variables **ne sont pas indépendantes** : connaissant le nombre d'heures de sommeil d'un jour donné de la personne, on peut en déduire son nombre d'heures d'éveil la veille.
- R et D : Ces deux variables **ne sont pas indépendantes** : connaissant le nombre d'heures de sommeil d'un jour donné de la personne, on peut en déduire son nombre d'heures d'éveil la veille.
2. a. $E(T) = E(L + M) = E(L) + E(M) = 495 + 511 = 1006$.
L'espérance est de 1006 points.
- b. On ne peut pas calculer l'écart-type de T !
En effet, les élèves forts en lecture sont « en moyenne » plus forts en maths que ceux qui ne le sont pas, et inversement : il s'agit des élèves qui globalement sont plus forts à l'école. On dit qu'il y a **corrélation** entre les résultats obtenus en lecture et en maths.
Il n'y a donc aucune raison de supposer que L et M sont indépendantes. Il faudrait connaître $E(LM)$ pour pouvoir calculer $V(L + M) = V(L) + V(M) + 2(E(LM) - E(L)E(M))...$
3. a. $E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 11$;
 X et Y sont indépendantes donc $V(X + Y) = V(X) + V(Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 = 9 + 16 = 25$
et $\sigma(X + Y) = \sqrt{V(X + Y)} = 5$.
- b. $E(Z) = E(2X - Y) = 2E(X) - E(Y) = 2 \times 4 - 7 = 1$.
 X et Y sont indépendantes donc
 $V(Z) = V(2X - Y) = V(2X) + V(-Y) = 4V(X) + 1V(Y) = 36 + 16 = 52$.
 $\sigma_Z = \sqrt{V(Z)} = \sqrt{52}$.
- c. Remarque : 1 est une constante, donc 1 est indépendant de toute autre variable aléatoire.
 $E(K) = E(1 - 3X) = E(1) - 3E(X) = 1 - 3 \times 3 = -11$.
1 et X sont indépendantes donc $V(K) = V(1) + 9V(X) = 0 + 9 \times 9 = 81$. $\sigma_K = 9$.

Corrigé Exercice 3

1. $E(T) = E(D_1 + D_2 + D_3 + D_4) = E(D_1) + \dots + E(D_4) = 4 E(D_1) = \mathbf{120 \text{ secondes.}}$

2. Les durées D_k sont indépendantes, on a donc :

$$V(T) = 4 V(D_1) = 4 (\sigma(D_1))^2 = 4 \times 36 = \mathbf{144 \text{ s}^2}.$$

$$\text{Et ainsi : } \sigma(T) = \sqrt{V(T)} = \mathbf{12 \text{ secondes.}}$$

Corrigé Exercice 4

1. $E(D) = E(H - F) = E(H) - E(F) = 178 - 164 = \mathbf{14 \text{ cm.}}$

2. H et F sont indépendantes donc $V(D) = V(H - F) = V(H) + V(-F) = V(H) + (-1)^2 V(F)$
 $= V(H) + V(F) = \sigma_H^2 + \sigma_F^2 = 49 + 36 = \mathbf{85 \text{ cm}^2}$

$$\text{et } \sigma_D = \sqrt{V(D)} = \sqrt{85} \simeq \mathbf{9,2 \text{ cm.}}$$

Corrigé Exercice 5

1. $E(T) = E(B_1 + \dots + B_4) = 4 \times 50 = \mathbf{200 \text{ g.}}$

2. Les variables aléatoires B_n sont indépendantes donc : $V(T) = V(B_1) + \dots + V(B_4) = 4 \times 5^2 = \mathbf{100 \text{ g}^2}$
et donc : $\sigma(T) = \mathbf{10 \text{ g.}}$

3. On a $M = \frac{M_1 + \dots + M_4}{4} = \frac{T}{4}$. On a donc : $E(M) = \frac{1}{4} E(T) = \mathbf{50 \text{ g,}}$

$$V(M) = \frac{1}{16} V(T) = \mathbf{6,25 \text{ g}^2} \quad \text{et} \quad \sigma(M) = \sqrt{V(M)} \text{ ou } \frac{1}{4} \sigma(T) = \mathbf{2,5 \text{ g.}}$$