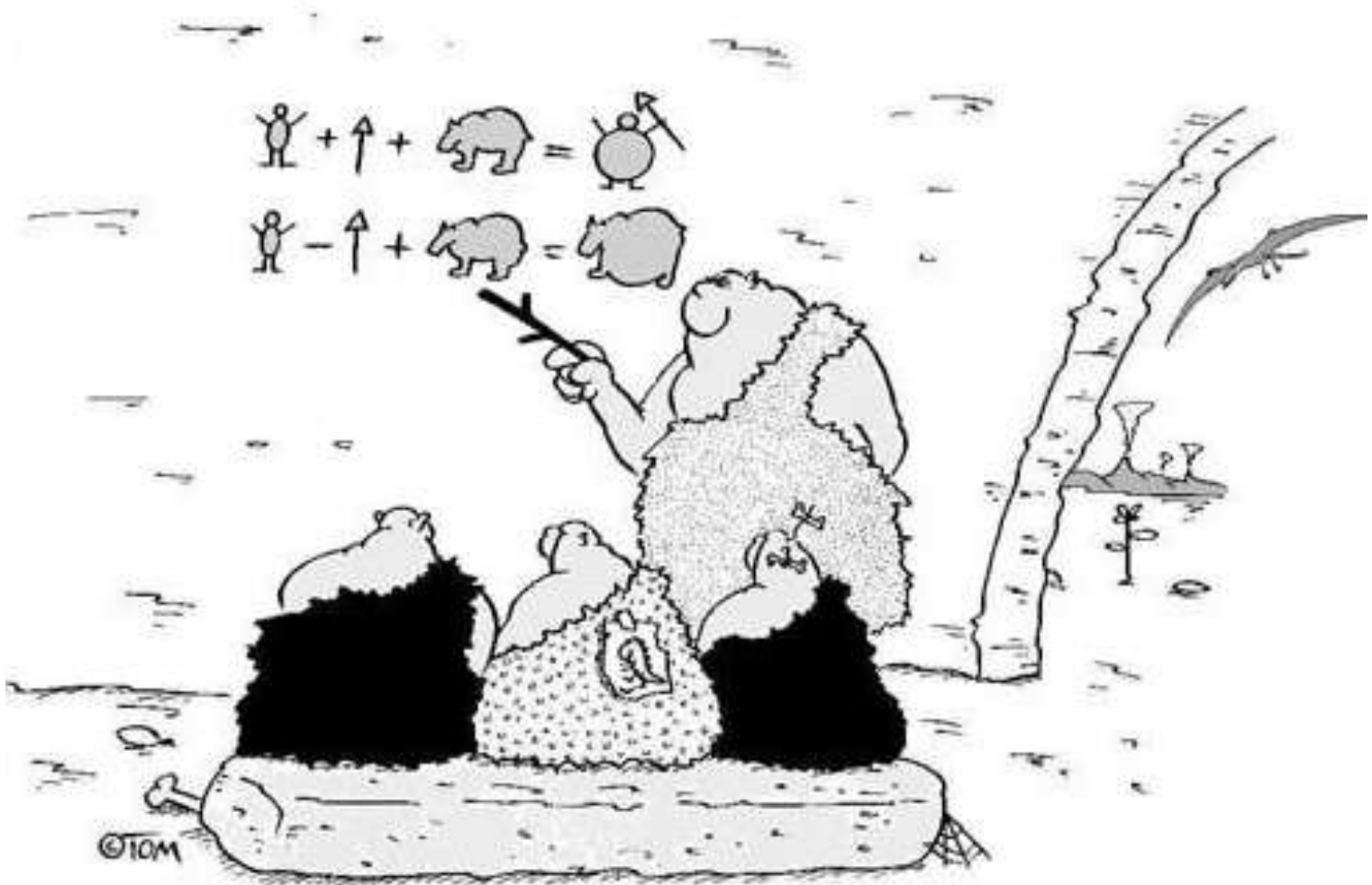


Techniques algébriques (1)

Savoirs Ta



Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Ta. 1

1) Développer : $A = (4 - 3x)(4 + 3x)$ $B = (2 - 5n)(-4n + 3)$ $C = -2(1 - x)(x + 3)$

2) Développer : $E = 2x + 3(x - 5)(-2x + 1) - x^2$ $f(t) = (2t - 5)^2 - (1 + 4t)^2$

Savoir Ta. 2

1) Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L = 4x - \frac{2x}{x-2}$$

$$M = \frac{5}{a} - 2a + 3$$

$$N = \frac{x}{2x+1} + \frac{1-x}{3-x}$$

2) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R = \frac{\frac{x}{3x+1}}{2x}$$

$$S = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{2+x}{2}}$$

3) a. Résoudre : $\frac{2x+6}{2-x} = 0$

b. Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, résoudre : $3 - \frac{x}{1+x} = 0$

Savoir Ta. 3

1) On donne $f(x) = 3(x+1)(x-3)$. Montrer qu'on a, pour tout réel x : $f(x) = 4x^2 - (x+3)^2$

2) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$, on a : $\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{x+15}{x^2-9} + 1$

Savoir Ta. 4

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = 8 - 2x$$

$$A = (x-3)(1-2x)$$

$$B = \frac{-2x}{6+x}$$

$$g(t) = \frac{-3(t+1)(2t-6)}{4-4t}$$

Entraînements savoirs

Savoir Ta. 1 : Développement

Entraînement n°1

1) Développer : $A_1 = (-3x + 6)(x - 1)$ $B_1 = (-4n + 1)^2$ $C_1 = 2(-3m - 1)(2m - 5)$

2) Développer : $E = (4 + 3x)(x + 5) - (2x - 1)(3 + 4x)$ $f(x) = (2x + 3)^2 + 3(x - 3)(7x - 2)$

Entraînement n°2

1) Développer : $A_2 = (3x + 2y)^2$ $B_2 = (1 - 2x)(7x - 2)$ $C_2 = -(2x - 1)(2 - x)$

2) Développer : $E = 3(2x^2 - x - 2) - 1 + 4x(2 - 3x)$ $g(n) = (5n - 1)(2 + n) - 2(3 - 2n)^2$

Entraînement n°3

1) Développer : $A_3 = (x - 2)(2x^2 - 3x - 4)$ $B_3 = (2a - 3)(3a + 2)$ $C_3 = 3(-x + 4)(x + 4)$

2) Développer : $E = (2x - 1)(4 + x) - (2x - 1)^2$ $h(t) = (t - 4)(2t + 5) - 3t - 2(t + 4)$

Entraînement n°4

1) Développer : $A_4 = (-1 + 3h)(h + 4)$ $B_4 = x(4 - x)(2x - 3)$ $C_4 = (5 - 3x^2)^2$

2) Développer : $E = b + 5(2b - 3) + (b + 5)(b - 5)$ $F = (2x - 1)(3 - 5x) + 2(4x + 1)^2 - (8 + x)(8 - x)$

Savoir Ta. 2 : Mettre au même dénominateur

Entraînement n°1

1) Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L_1 = \frac{4}{3x^2} - 2x + 1$$

$$M_1 = 2x - \frac{2+x}{x-3}$$

$$N_1 = \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x}{3x+1}$$

2) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R_1 = \frac{x-3}{\frac{2+x}{4x}}$$

$$S_1 = \frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{2x-3}{3x}}$$

3) a. Résoudre : $\frac{3-3x}{2x+4} = 0$

b. Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, résoudre : $\frac{x^2}{x-2} - x + 2 = 0$

Entraînement n°2

1) Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L_2 = -x + 3 - \frac{5}{2x}$$

$$M_2 = \frac{2}{1-2x} + 3x$$

$$N_2 = \frac{4x}{1+4x} + \frac{2}{x-2}$$

2) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R_2 = \frac{3x}{\frac{5-x}{2x}}$$

$$S_2 = \frac{\frac{x^2}{x+3}}{\frac{2x}{2-2x}}$$

3) a. Résoudre : $\frac{1-4x}{8x-2} = 0$

b. Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, résoudre : $3x + 1 - \frac{3x^2}{2+x} = 0$

Entraînement n°3

1) Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L_3 = 3n - \frac{5}{n^2}$$

$$M_3 = \frac{2x}{4-3x} - 3 + x$$

$$N_3 = \frac{2}{2x-1} - \frac{2+x}{2-3x}$$

2) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R_3 = \frac{\frac{n-1}{n^2}}{\frac{n+1}{n+1}}$$

$$S_3 = \frac{\frac{x+1}{2x-3}}{\frac{x+3}{2x-3}}$$

3) a. Résoudre : $\frac{1-3x}{-2x-2} = 0$

b. Pour $x \in \mathbb{R}^*$, résoudre : $\frac{2x+9}{5x} - 4 = 0$

Entraînement n°4

1) Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L_4 = \frac{4}{x^2} - 3x + \frac{1}{2x}$$

$$M_4 = \frac{2x+4}{5-x} - 5 - x$$

$$N_4 = \frac{2-4x}{3x} + \frac{2x+2}{x-3}$$

Attention, la suite de l'entraînement est page suivante...

2) Simplifier les deux fractions suivantes : $R_4 = \frac{3}{\frac{2x-2}{3x}}$ $S_4 = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{2x}{x+1}}$

3) a. Résoudre : $\frac{5}{4-2x} = 0$ b. Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$, résoudre : $\frac{x}{1+x} - \frac{x+1}{x} = 0$

Savoir Ta. 3 : Montrer que deux expressions sont égales

Entraînement n°1

1) On donne $D = 2(3-a)^2 + a^2 - (2a-3)(a-6)$. Montrer qu'on a, pour tout réel x , $D = a(3+a)$

2) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, on a : $\frac{x^2}{2-x} - x = \frac{2x(x-1)}{2-x}$

Entraînement n°2

1) On définit, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ la fonction $f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1}$.

Montrer qu'on a, pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$: $f(x) = x - 3 - \frac{x-3}{x-1}$

2) Montrer que, pour tout réel x , on a : $3(2x-5) - 2(2x-5)(x-2) = 1 - 4(x-3)^2$

Entraînement n°3

1) On donne $g(x) = (x-3)^2 - (2x-5)^2$. Montrer qu'on a, $\forall x$: $g(x) = (2-x)^2 - (4-2x)(5-2x)$

2) Montrer que, pour tout $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, on a : $\frac{a^3-1}{1-a} - a = \frac{(a^2-1)(a+1)}{1-a}$

Entraînement n°4

1) Montrer qu'on a, pour tout réel x : $(2x-1)^3 - (2x-1)(3-x)^2 = (2x-1)(x+2)(3x-4)$

2) On définit, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$: $T(x) = \frac{1}{x}(2x-3) - \frac{2}{x^2}$

Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, on a toujours : $T(x) = \frac{(x-2)(2x+1)}{x^2}$

Savoir Ta. 4 : Tableaux de signes 1^{er} degré, produit & quotients

Entraînement n°1

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = -x + 3 \quad A = (10 + 2x)(20 - 10x) \quad B = \frac{3 + x}{6x + 7} \quad g(t) = \frac{-9t}{(t - 2)^2(6 - 2t)}$$

Entraînement n°2

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$h(x) = \frac{x}{6} \quad C = (3 - n)(3n - 9) \quad i(x) = \frac{x + 5}{14 + 7x} \quad D = \frac{(x - 8)(10 + 5x)}{5x}$$

Tracer le **tableau de signe** des fonctions suivantes :

Entraînement n°3

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$A(x) = 5 - 3x \quad B = \frac{9 - 3x}{2 + x} \quad C(t) = -3(t + 1)(2 - t) \quad D = \frac{-3x + 2}{2x(x - 4)}$$

Entraînement n°4

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = 8 - 4x \quad A = -\frac{x}{2}(4 - 2x) \quad B = \frac{1 - (3 - x)}{3 + x} \quad g(t) = \frac{(2t - 6)(2 + t)}{(3 - t)(2t + 2)}$$

Sujet de préparation CORRECTION

Corrigé Savoir Ta. 1

1)

$$A = (4 - 3x)(4 + 3x)$$

Identité remarquable

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$A = 16 - 9x^2$$

$$B = (2 - 5n)(-4n + 3)$$

$$B = -8n + 6 + 20n^2 - 15n$$

$$B = 20n^2 - 23n + 6$$

$$C = -2(1 - x)(x + 3)$$

$$C = -2(x + 3 - x^2 - 3x)$$

$$C = -2x - 6 + 2x^2 + 6x$$

$$C = 2x^2 + 4x - 6$$

2)

$$E = 2x + 3(x - 5)(-2x + 1) - x^2$$

$$E = 2x + 3(-2x^2 + x + 10x - 5) - x^2$$

$$E = 2x - 6x^2 + 3x + 30x - 15 - x^2$$

$$E = -7x^2 + 35x - 15$$

$$f(t) = (2t - 5)^2 - (1 + 4t)^2$$

Identité remarquable $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$$f(t) = 4t^2 - 20t + 25 - (1 + 8t + t^2)$$

$$f(t) = 4t^2 - 20t + 25 - 1 - 8t - t^2$$

$$f(t) = 3t^2 - 28t + 24$$

Corrigé Savoir Ta. 2

1)

$$L = 4x - \frac{2x}{x - 2}$$

$$L = \frac{4x(x - 2) - 2x}{x - 2}$$

$$L = \frac{4x^2 - 8x - 2x}{x - 2} = \frac{4x^2 - 10x}{x - 2}$$

$$M = \frac{5}{a} - 2a + 3$$

$$M = \frac{5 - 2a^2 + 3a}{a}$$

$$N = \frac{x}{2x + 1} + \frac{1 - x}{3 - x}$$

$$N = \frac{x(3 - x) + (1 - x)(2x + 1)}{(2x + 1)(3 - x)}$$

$$N = \frac{3x - x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - x}{(2x + 1)(3 - x)}$$

$$N = \frac{-3x^2 + 4x + 1}{(2x + 1)(3 - x)}$$

2)

$$R = \frac{\frac{x}{3x + 1}}{2x} = \frac{x}{3x + 1} \div (2x) = \frac{x}{3x + 1} \times \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(3x + 1)}$$

$$S = \frac{\frac{x}{x - 1}}{\frac{2 + x}{2}} = \frac{x}{x - 1} \div \frac{2 + x}{2} = \frac{x}{x - 1} \times \frac{2}{2 + x} = \frac{2x}{(x - 1)(2 + x)}$$

3) a.

$$\frac{2x + 6}{2 - x} = 0$$

v.i. $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

La fraction est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Sol. $2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} = -3$

On a : $S = \{-3\}$

b.

$$3 - \frac{x}{1 + x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3(1 + x) - x}{1 + x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x + 3}{1 + x} = 0$$

La valeur interdite est donnée dans l'énoncé

Sol. $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

Corrigé Savoir Ta. 3

1) On a d'une part :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x+1)(x-3) = 3(x^2 - 3x + x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x + 3x - 9 \\ &= 3x^2 - 6x - 9 \end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} 4x^2 - (x+3)^2 &= 4x^2 - (x^2 + 6x + 9) \\ &= 4x^2 - x^2 - 6x - 9 \\ &= 3x^2 - 6x - 9 = f(x) \end{aligned}$$

CQFD

Attention, ne pas écrire qu'il s'agit de $f(x)$ avant la fin du 2^{ème} calcul (c'est-à-dire avant de l'avoir prouvé)

2) On a d'une part :

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+3} &= \frac{x(x+3) - 2(x-3)}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{x^2 + 3x - 2x + 6}{x^2 - 9} = \frac{x^2 + x + 6}{x^2 - 9} \end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{x+15}{x^2-9} + 1 &= \frac{x+15+1(x^2-9)}{x^2-9} \\ &= \frac{x^2+x+6}{x^2-9} \end{aligned}$$

CQFD

Attention, bien penser à calculer les deux séparément, sans dire qu'il y a égalité au départ !

Corrigé Savoir Ta. 4

$$f(x) = 8 - 2x$$

1^{er} degré : $a = -2$ négatif $\Rightarrow$ on finit par $-$
 $8 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{2} = 4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

$$A = (x-3)(1-2x)$$

1^{er} facteur $a = 1 \Rightarrow$ on finit par $+$ et $x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$
 2^{ème} facteur $a = -2 \Rightarrow$ on finit par $-$ et $1-2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$x-3$	$-$	$ $	$-$	0 $+$
$1-2x$	$+$	0	$-$	$ $ $-$
A	$-$	0	$+$	0 $-$

$$B = \frac{-2x}{6+x}$$

Num : $-2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Dénom : $6+x = 0 \Leftrightarrow x = -6$

x	$-\infty$	-6	0	$+\infty$
$-2x$	$+$	$ $	$+$	0 $-$
$6+x$	$-$	0	$+$	$ $ $+$
B	$-$	$ $	$+$	0 $-$

Valeur interdite $\Rightarrow$ double barre pour les zéros du dénominateur

$$g(t) = \frac{-3(t+1)(2t-6)}{4-4t}$$

Num : Attention au -3 : constante toujours négative

$t+1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ et $2t-6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{2} = 3$

Dénom $4-4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-4}{-4} = 1$

t	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
-3	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$
$t+1$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$2t-6$	$-$	$ $	$-$	$ $	0 $+$
$4-4t$	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$g(t)$	$-$	0	$+$	$ $	$-$ 0 $+$

Attention, la variable est t ... ☺

CORRECTION

Entraînements savoirs

Savoir Ta. 1 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

- 1) $A_1 = (-3x + 6)(x - 1)$ $B_1 = (-4n + 1)^2$ $C_1 = 2(-6m^2 + 15m - 2m + 5)$
 $= -3x^2 + 3x + 6x - 6$ $= 16n^2 - 8n + 1$ $= -12m^2 + 30m - 4m + 10$
 $= -3x^2 + 9x - 6$ $= -12m^2 + 26m + 10$
- 2) $E = (4 + 3x)(x + 5) - (2x - 1)(3 + 4x)$ $f(x) = (2x + 3)^2 + 3(x - 3)(7x - 2)$
 $= 4x + 20 + 3x^2 + 15x - (6x + 8x^2 - 3 - 4x)$ $= 4x^2 + 12x + 9 + 3(7x^2 - 2x - 21x + 6)$
 $= 3x^2 + 19x + 20 - 6x - 8x^2 + 3 + 4x$ $= 4x^2 + 12x + 9 + 21x^2 - 6x - 63x + 18$
 $= -5x^2 + 17x + 23$ $= 25x^2 - 57x + 27$

Corrigé Entraînement n°2

- 1) $A_2 = (3x + 2y)^2$ $B_2 = (1 - 2x)(7x - 2)$ $C_2 = -(4x - 2x^2 - 2 + x)$
 $= 9x^2 + 12xy + 4y^2$ $= 7x - 2 - 14x^2 + 4x$ $= -4x + 2x^2 + 2 - x$
 $= -14x^2 + 11x - 2$ $= 2x^2 - 3x + 2$
- 2) $E = 3(2x^2 - x - 2) - 1 + 4x(2 - 3x)$ $g(n) = (5n - 1)(2 + n) - 2(3 - 2n)^2$
 $= 6x^2 - 3x - 6 - 1 + 8x - 12x^2$ $= 10n + 5n^2 - 2 - n - 2(9 - 12n + 4n^2)$
 $= -6x^2 + 5x - 7$ $= 5n^2 + 9n - 2 - 18 + 24n - 8n^2$
 $= -3n^2 + 33n - 20$

Corrigé Entraînement n°3

- 1) $A_3 = (x - 2)(2x^2 - 3x - 4)$ $B_3 = (2a - 3)(3a + 2)$ $C_3 = 3(-x + 4)(x + 4)$
 $= 2x^3 - 3x^2 - 4x - 4x^2 + 6x + 8$ $= 6a^2 + 4a - 9a - 6$ $= 3(-x^2 + 16)$
 $= 2x^3 - 7x^2 + 2x + 8$ $= 6a^2 - 5a - 6$ $= -3x^2 + 48$
- 2) $E = (2x - 1)(4 + x) - (2x - 1)^2$ $h(t) = (t - 4)(2t + 5) - 3t - 2(t + 4)$
 $= 8x + 2x^2 - 4 - x - (4x^2 - 4x + 1)$ $= 2t^2 + 5t - 8t - 20 - 3t - 2t - 8$
 $= 2x^2 + 7x - 4 - 4x^2 + 4x - 1$ $= 2t^2 - 8t - 28$
 $= -2x^2 + 11x - 5$

Corrigé Entraînement n°4

- 1) $A_4 = (-1 + 3h)(h + 4)$ $B_4 = x(4 - x)(2x - 3)$ $C_4 = (5 - 3x^2)^2$
 $= -h - 4 + 3h^2 + 12h$ $= x(8x - 12 - 2x^2 + 3x)$ $= 25 - 30x^2 + 9x^4$
 $= 3h^2 + 11h - 4$ $= x(-2x^2 + 11x - 12)$
 $= -2x^3 + 11x^2 - 12x$
- $E = b + 5(2b - 3) + (b + 5)(b - 5)$ $F = (2x - 1)(3 - 5x) + 2(4x + 1)^2 - (8 + x)(8 - x)$
 $= b + 10b - 15 + b^2 - 25$ $= 6x - 10x^2 - 3 + 5x + 2(16x^2 + 8x + 1) - (64 - x^2)$
 $= b^2 + 11b - 40$ $= -10x^2 + 11x - 3 + 32x^2 + 16x + 2 - 64 + x^2$
 $= 23x^2 + 25x - 65$

Savoir Ta. 2 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1)

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{4}{3x^2} - 2x + 1 \\ &= \frac{4}{3x^2} - \frac{6x^3}{3x^2} + \frac{3x^2}{3x^2} \\ &= \frac{-6x^3 + 3x^2 + 4}{3x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 2x - \frac{2+x}{x-3} \\ &= \frac{2x(x-3)}{x-3} - \frac{2+x}{x-3} \\ &= \frac{2x^2 - 6x - 2 - x}{x-3} \\ &= \frac{2x^2 - 7x - 2}{x-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x}{3x+1} \\ &= \frac{(x+1)(3x+1)}{(x-1)(3x+1)} + \frac{3x(x-1)}{(3x+1)(x-1)} \\ &= \frac{3x^2 + x + 3x + 1 + 3x^2 - 3x}{(x-1)(3x+1)} \\ &= \frac{6x^2 + x + 1}{(x-1)(3x+1)} \end{aligned}$$

2) $R_1 = \frac{x-3}{\frac{2+x}{4x}} = (x-3) \div \frac{2+x}{4x} = (x-3) \times \frac{4x}{2+x} = \frac{4x(x-3)}{2+x}$

$$S_1 = \frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{2x-3}{3x}} = \frac{1-x}{x} \div \frac{2x-3}{3x} = \frac{1-x}{x} \times \frac{3x}{2x-3} = \frac{1-x}{1} \times \frac{3}{2x-3} = \frac{3(1-x)}{2x-3}$$

3) a. $\frac{3-3x}{2x+4} = 0$

V.I. : $2x+4=0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{2} = -2$

L'équation est définie pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Sol. : $3-3x=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{3} = 1$

On a $S = \{1\}$

b. pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ On met au même dénominateur :

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x-2} - x + 2 &= 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x(x-2) + 2(x-2)}{x-2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4}{x-2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4x-4}{x-2} = 0 \end{aligned}$$

Sol. : $4x-4=0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow$ On a $S = \{1\}$

Corrigé Entraînement n°2

1)

$$\begin{aligned} L_2 &= -x + 3 - \frac{5}{2x} \\ &= \frac{-2x^2 + 6x - 5}{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{2}{1-2x} + 3x \\ &= \frac{2 + 3x(1-2x)}{1-2x} \\ &= \frac{2 + 3x - 6x^2}{1-2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{4x}{1+4x} + \frac{2}{x-2} \\ &= \frac{4x(x-2) + 2(1+4x)}{(1+4x)(x-2)} \\ &= \frac{4x^2 - 8x + 2 + 8x}{(1+4x)(x-2)} = \frac{4x^2 + 2}{(1+4x)(x-2)} \end{aligned}$$

2) $R_2 = \frac{3x}{\frac{5-x}{2x}} = 3x \div \frac{5-x}{2x} = 3x \times \frac{2x}{5-x} = \frac{6x^2}{5-x}$

$$S_2 = \frac{\frac{x^2}{x+3}}{\frac{2x}{2-2x}} = \frac{x^2}{x+3} \div \frac{2x}{2-2x} = \frac{x^2}{x+3} \times \frac{2-2x}{2x} = \frac{x(2-2x)}{2(x+3)}$$

3) $\frac{1-4x}{8x-2} = 0$

a. $\text{V.I.} : 8x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

L'équation est définie pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{4}\right\}$

Sol. : $1 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Comme c'est une valeur interdite : $S = \emptyset$

b. pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$3x + 1 - \frac{3x^2}{2+x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3x(2+x) + 2 + x - 3x^2}{2+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x + 3x^2 + 2 + x - 3x^2}{2+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x + 2}{x - 2} = 0$$

Sol. : $7x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7} \Rightarrow \text{On a } S = \left\{-\frac{2}{7}\right\}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

$$L_3 = 3n - \frac{5}{n^2} = \frac{3n^3 - 5}{n^2}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= \frac{2x}{4-3x} - 3 + x \\ &= \frac{2x - 3(4-3x) + x(4-3x)}{4-3x} \\ &= \frac{2x - 12 + 9x^2 + 4x - 3x^2}{4-3x} \\ &= \frac{6x^2 + 6x - 12}{4-3x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_3 &= \frac{2}{2x-1} - \frac{2+x}{2-3x} \\ &= \frac{2(2-3x) - (2+x)(2x-1)}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{4 - 6x - (4x - 2 + 2x^2 - x)}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{4 - 6x - 4x + 2 - 2x^2 + x}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{-2x^2 - 9x + 6}{(2x-1)(2-3x)} \end{aligned}$$

2) $R_3 = \frac{n-1}{\frac{n^2}{n+1}} = (n-1) \div \frac{n^2}{n+1} = (n-1) \times \frac{n+1}{n^2} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^2$

$$S_3 = \frac{\frac{x+1}{2x-3}}{\frac{x+3}{2x-3}} = \frac{x+1}{2x-3} \div \frac{x+3}{2x-3} = \frac{x+1}{2x-3} \times \frac{2x-3}{x+3} = \frac{x+1}{x+3}$$

3) a. $\frac{1-3x}{-2x-2} = 0$

V.I. : $-2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-2} = -1$

L'équation est définie pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Sol. : $1 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

On a $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

b. pour $x \in \mathbb{R}^*$

$$\frac{2x+9}{5x} - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9-20}{5x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-18x+9}{5x} = 0$$

Sol. : $-18x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-9}{-18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{On a } S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Corrigé Entraînement n°4

1)

$$L_4 = \frac{4}{x^2} - 3x + \frac{1}{2x} = \frac{4 \times 2}{x^2 \times 2} - \frac{3x \times 2x^2}{2x^2} + \frac{1 \times x}{2x \times x} = \frac{8 - 6x^3 + x}{2x^2}$$

$$M_4 = \frac{2x+4}{5-x} - 5 - x = \frac{2x+4-5(5-x)-x(5-x)}{5-x} = \frac{2x+4-25+5x-5x+x^2}{5-x} = \frac{x^2+2x-21}{5-x}$$

$$N_4 = \frac{2-4x}{3x} + \frac{2x+2}{x-3} = \frac{(2-4x)(x-3) + (2x+2) \times 3x}{3x(x-3)} = \frac{2x-6-4x^2+12x+6x^2+6x}{3x(x-3)} \\ = \frac{2x^2+20x-6}{3x(x-3)}$$

$$2) R_4 = \frac{3}{\frac{2x-2}{3x}} = 3 \div \frac{2x-2}{3x} = 3 \times \frac{3x}{2x-2} = \frac{9x}{2x-2}$$

$$S_4 = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{2x}{x+1}} = \frac{x+1}{x} \div \frac{2x}{x+1} = \frac{x+1}{x} \times \frac{x+1}{2x} = \frac{(x+1)^2}{2x^2}$$

$$3) \frac{5}{4-2x} = 0$$

$$\text{V.I. : } 4-2x=0 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2$$

L'équation est définie pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Sol. : $5=0$ c'est impossible, donc $S = \emptyset$

b. pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

$$\frac{x}{1+x} - \frac{x-1}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - (x+1)(1+x)}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - (x^2 + 2x + 1)}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x^2 - 2x - 1}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-1}{x(1+x)} = 0$$

$$\text{Sol. : } -2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Savoir Ta. 3 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) D'une part :

$$D = 2(3-a)^2 + a^2 - (2a-3)(a-6) \\ D = 2(9-6a+a^2) + a^2 - (2a^2-12a-3a+18) \\ D = 18-12a+2a^2+a^2-2a^2+12a+3a-18 \\ D = a^2+3a$$

$$\text{D'autre part : } a(3+a) = 3a+a^2 = D$$

CQFD

2) D'une part :

$$\frac{x^2}{2-x} - x = \frac{x^2 - x(2-x)}{2-x} = \frac{x^2 - 2x + x^2}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x}$$

D'autre part :

$$\frac{2x(x-1)}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x}$$

On a bien égalité... CQFD

Corrigé Entraînement n°2

1) D'une part :

$$f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} = \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{x-1} \\ = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$$

D'autre part :

$$x-3 - \frac{x-3}{x-1} = \frac{(x-3)(x-1) - (x-3)}{x-1} \\ = \frac{x^2 - x - 3x + 3 - x + 3}{x-1} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} = f(x)$$

CQFD

2) D'une part :

$$\begin{aligned} 3(2x - 5) - 2(2x - 5)(x - 2) \\ = 6x - 15 - 2(2x^2 - 4x - 5x + 10) \\ = 6x - 15 - 4x^2 + 8x + 10x - 20 \\ = -4x^2 + 24x - 35 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} 1 - 4(x - 3)^2 &= 1 - 4(x^2 - 6x + 9) \\ &= 1 - 4x^2 + 24x - 36 \\ &= -4x^2 + 24x - 35 \end{aligned}$$

On a bien égalité... **CQFD**

Corrigé Entraînement n°3

1) D'une part :

$$\begin{aligned} g(x) &= (x - 3)^2 - (2x - 5)^2 \\ &= x^2 - 6x + 9 - (4x^2 - 20x + 25) \\ &= x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 20x - 25 \\ &= -3x^2 + 14x - 16 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} (2 - x)^2 - (4 - 2x)(5 - 2x) \\ = 4 - 4x + x^2 - (20 - 8x - 10x + 4x^2) \\ = 4 - 4x + x^2 - 20 + 8x + 10x - 4x^2 \\ = -3x^2 + 14x - 16 = g(x) \end{aligned}$$

CQFD

2) D'une part :

$$\begin{aligned} \frac{a^3 - 1}{1 - a} - a &= \frac{a^3 - 1 - a(1 - a)}{1 - a} = \frac{a^3 - 1 - a + a^2}{1 - a} \\ &= \frac{a^3 + a^2 - a - 1}{1 - a} \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\frac{(a^2 - 1)(a + 1)}{1 - a} = \frac{a^3 + a^2 - a - 1}{1 - a}$$

On a bien égalité... **CQFD**

Corrigé Entraînement n°4

1) D'une part :

$$\begin{aligned} (2x - 1)^3 - (2x - 1)(3 - x)^2 \\ = (2x - 1)(4x^2 - 4x + 1) - (2x - 1)(9 - 6x + x^2) \\ = 8x^3 - 8x^2 + 2x - 4x^2 + 4x - 1 \\ \quad - (18x - 12x^2 + 2x^3 - 9 + 6x - x^2) \\ = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 \\ \quad - 18x + 12x^2 - 2x^3 + 9 - 6x + x^2 \\ = 6x^3 + x^2 - 18x + 8 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} (2x - 1)(x + 2)(3x - 4) \\ = (2x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8) \\ = (2x - 1)(3x^2 + 2x - 8) \\ = 6x^3 + 4x^2 - 16x - 3x^2 - 2x + 8 \\ = 6x^3 + x^2 - 18x + 8 \end{aligned}$$

On a bien égalité... **CQFD**

2) D'une part :

$$\begin{aligned} T(x) &= \frac{1}{x}(2x - 3) - \frac{2}{x^2} = \frac{(2x - 3)x - 2}{x^2} \\ &= \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2} \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{(x - 2)(2x + 1)}{x^2} &= \frac{2x^2 + x - 4x - 2}{x^2} \\ &= \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2} = T(x) \end{aligned}$$

CQFD

Savoir Ta. 4 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$10 + 2x$	-	0	+	+
$20 - 10x$	+		+	0
A	-	0	+	0

x	$-\infty$	-3	$-\frac{7}{6}$	$+\infty$
$3 + x$	-	0	+	+
$6x + 7$	-		-	0
B	+	0	-	

t	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$-9t$	+	0	-		-
$(t - 2)^2$	+		+	0	+
$6 - 2t$	+		+		0
$g(t)$	+	0	-		-

Corrigé Entraînement n°2

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	-	0	+

n	$-\infty$	3	$+\infty$
$3 - n$	+	0	-
$3n - 9$	-	0	+
$\mathcal{C}$	-	0	-

x	$-\infty$	-5	-2	$+\infty$
$x + 5$	-	0	+	
$14 + 7x$	-		-	0
$i(x)$	+	0	-	

x	$-\infty$	-2	0	8	$+\infty$
$x - 8$	-		-		-
$10 + 5x$	-	0	+		+
$5x$	-		-	0	+
D	-	0	+		-

Corrigé Entraînement n°3

x	$-\infty$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$A(x)$	+	0	-

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$9 - 3x$	+		+	0 -
$2 + x$	-	0	+	+
B	-		+	0 -

t	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
-3	-		-	-
$t + 1$	-	0	+	+
$(2 - t)$	+		+	0 -
C(t)	+	0	-	0 +

x	$-\infty$	0	$\frac{2}{3}$	4	$+\infty$
$-3x + 2$	+		+	0 -	-
$2x$	-	0	+		+
$x - 4$	-		-		- 0 +
D	+		-	0 +	-

Corrigé Entraînement n°4

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$-\frac{1}{2}x$	+	0	-	-
$4 - 2x$	+		+	0 -
A	+	0	-	0 +

$$B = \frac{1 - (3 - x)}{3 + x} = \frac{-2 + x}{3 + x}$$

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$-2 + x$	-		-	0 +
$3 + x$	-	0	+	+
B	+		-	0 +

t	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$2t - 6$	-		-		- 0 +
$2 + t$	-	0	+		+
$3 - t$	+		+		+
$2t + 2$	-		-	0	+
$g(t)$	-	0	+		- -