

1. Applications – CORRECTIONS

Exercice 1 : CORRECTION

- Il y a 11 possibilités pour le 1^{er} capitaine et pour chacune de celles-ci à nouveau 11 possibilités pour le 2^e capitaine, donc il y a au total $11^2 = 121$ binômes possibles.
- Il y a 10 possibilités (0 à 9) pour chaque chiffre, donc $10^4 = 10\,000$ codes PIN possibles.
 - Pour un code PIN commençant par 3, il y a 10 possibilités pour chacun des 3 chiffres restants, donc 1000 codes PIN commençant par 3.
- Il y a 7 possibilités pour le 1^{er} client, puis 6 pour le 2^e, etc., et plus qu'une possibilité pour le dernier à s'asseoir. Il y a donc $7! = 5040$ possibilités.
 - Il y a alors 7 possibilités pour Adia, puis 2 possibilités pour Bertrand, puis 5 puis 4 etc. pour les autres. Cela fait donc $7 \times 2 \times 5! = 7! \div 3 = 1680$ possibilités.
- Pour chacun des déplacements, il y a 4 possibilités. Il y a donc $6^4 = 1296$ chemins possibles.

Exercice 2 : CORRECTION

- Pour chaque boulangerie, il y a 7 choix possibles. Il y a donc $7^4 = 2401$ façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire à chaque boulangerie.
- La première boulangerie peut fermer n'importe quel jour de la semaine, ce qui lui laisse 7 choix. La seconde boulangerie peut fermer n'importe quel autre jour : 6 choix. La troisième ne peut pas fermer l'un des jours déjà choisi, ce qui lui laisse 5 choix, et pour la dernière, il ne reste que 4 choix. Le nombre de possibilités est donc $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$.
- On va raisonner par différence, et compter plutôt le nombre de possibilités pour que toutes les boulangeries ferment le même jour : il y a 7 choix (on choisit juste le jour de fermeture commun). Le nombre de possibilités pour qu'il y ait au moins une boulangerie ouverte chaque jour est donc $7^4 - 7 = 2394$.

Exercice 3 : CORRECTION

- On effectue 8 tirages parmi 52, sans remise, sans conserver l'ordre du tirage.
Le nombre de mains est donc donné par : $\binom{52}{8} = 752\,538\,150$ (plus de 752 milliards).
- Il s'agit de 4 tirages parmi 9, sans remise et sans prise en compte de l'ordre des tirages.
Zoé peut donc réaliser $\binom{9}{4} = 126$ choix.
 - Elle choisit d'abord l'album qu'elle voulait, puis elle n'a plus qu'à choisir 3 albums parmi les 8 restants.
Elle peut donc réaliser $\binom{8}{3} = 56$ choix.

Exercice 4 : CORRECTION

1.
 - a. Parmi les 10 droites, il faut en choisir 3 pour obtenir un triangle.
Le nombre de choix de 3 droites parmi 10, sans remise et sans prise en compte de l'ordre de tirage est donc $\binom{10}{3} = 120$. Avec 10 droites en position générale, on obtient donc 120 triangles.
 - b. Avec le même raisonnement, on a donc :
$$T_n = \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$
2.
 - a. Pour le premier, on a 20 choix possibles, pour le second 19, pour le troisième 18. Le nombre de podiums possibles est donc égal à $20 \times 19 \times 18 = 6840$.
 - a. Le premier concurrent est Emile. Pour les autres places, il y a 19 puis 18 choix possibles ; Le nombre de podiums ainsi constitués est de $19 \times 18 = 342$.
 - b. Il y a trois choix possibles pour la place d'Emile. Une fois ce choix fixé, il y a 19 choix possibles pour la première des deux autres places, puis 18 choix possibles pour la seconde des deux autres places. Le nombre de podiums vérifiant ces conditions est donc de $3 \times 19 \times 18 = 1026$.
On peut aussi compter le nombre total de podiums (qui vaut 6840) et lui soustraire le nombre de podiums sans Émile (qui vaut $19 \times 18 \times 17 = 5814$). Le nombre de podiums avec Émile est alors $6840 - 5814 = 1026$. On retrouve (heureusement !) le même résultat.
 - c. L'ordre n'est plus important, et on cherche le nombre de choix de 3 concurrents parmi 20, c'est-à-dire $\binom{20}{3} = 1140$.