

Savoir Sag. 4 : Arithmétiques et géométriques - Explicite

Exercice 19 : Déterminer la formule explicite

1) Donner dans chaque la formule explicite de la suite

a. La suite (u_n) est arithmétique de raison 24 et de premier terme $u_0 = -15$

b. La suite (W_n) est géométrique de raison 6 et de premier terme $W_1 = 4$

c. La suite (v_n) est géométrique de raison $-\frac{3}{2}$ et de premier terme $v_0 = 5$

d. La suite (y_n) est arithmétique de raison -11 et de premier terme $y_2 = 152$

2) a. La suite (g_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $g_0 = -9$. Exprimer g_n en fonction de n

b. La suite (H_n) est arithmétique de raison -3 et de premier terme $H_1 = 0$. Exprimer H_n en fonction de n

c. La suite (R_n) est arithmétique de raison 1,3 et de premier terme $R_0 = 0,7$ Exprimer R_n en fonction de n

d. La suite (s_n) est géométrique de raison 1,06 et de premier terme $s_2 = -10$ Exprimer s_n en fonction de n

Exercice 20 : Calculs de termes

a. La suite (a_n) est arithmétique de raison -18 et de premier terme $a_0 = 203$. Calculer a_{24}

b. La suite (b_n) est géométrique de raison 1,5 et de premier terme $b_1 = 6$. Calculer b_9 (arrondi à 10^{-2})

c. La suite (C_n) est géométrique de raison $-\frac{1}{2}$ et de premier terme $C_0 = 120$. Calculer C_{11} (valeur exacte)

d. La suite (Δ_n) est arithmétique de raison $\frac{7}{3}$ et de premier terme $\Delta_2 = -2$. Calculer Δ_{20} .

Exercice 21 : Contextes (1)

1) Le conseil municipal d'un village a pris la décision d'offrir 3 ordinateurs par an au club informatique. Le club possède actuellement 15 ordinateurs.

a) Combien en aura-t-il dans un an ? dans deux ans ?

b) On note v_n le nombre d'ordinateur que possèdera le club dans n années. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le terme initial.

c) Au bout de combien de temps le club informatique aura-t-il un équipement d'au moins 50 ordinateurs ?

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Donner la formule explicite de la suite

a. La suite (u_n) est arithmétique de raison -2 et de premier terme $u_1 = 7$

b. La suite (w_n) est géométrique de raison -1 et de premier terme $w_0 = 42$

c. La suite (D_n) est géométrique de raison $\frac{4}{5}$ et de premier terme $D_1 = 12$

d. La suite (c_n) est arithmétique de raison $\frac{4}{3}$ et de premier terme $c_0 = \frac{1}{2}$

2) a. La suite t est arithmétique de raison -10 et de premier terme $t_2 = 30$.

Exprimer t_n en fonction de n

b. La suite (S_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $S_0 = 8$
Exprimer S_n en fonction de n

Besoin de plus d'entraînement ?

a. La suite (u_n) est arithmétique de raison 12 et de premier terme $u_1 = -50$. Calculer u_{24}

b. La suite (w_n) est géométrique de raison -2 et de premier terme $w_0 = \frac{1}{64}$. Calculer w_8

Exercice 21 : (suite)

2) Une population de bactérie double toutes les heures. On observe un échantillon contenant initialement 10 millions de bactéries. On note b_n le nombre de bactéries présentes dans l'échantillon au bout de n heures.

- a) Exprimer b_n en fonction de n . Quelle est la nature de la suite ?
- b) Combien y aura-t-il de bactéries au bout d'une journée ?

3) La forêt amazonienne diminue de 30 000 km² par an depuis 20 ans.

Sa superficie était estimée à 3 506 000 de km² en 2001. Quelle est sa superficie estimée aujourd'hui ?

Exercice 22 : Identifier

Parmi les suites suivantes, lesquelles sont des suites arithmétiques ou des suites géométriques ? Donner alors leur raison et leur premier terme.

$$x_n = (-2)^n$$

$$v_n = -3n + 1$$

$$w_n = 2n^2 + 7$$

$$y_n = 7 - n$$

$$e_n = 3 \times 2^{n+1}$$

$$b_n = (-2) \times 5^{n-1}$$

$$w_n = 7^n \times 2^n$$

$$c_n = 4n$$

$$s_n = \frac{3^n}{5}$$

$$g_n = \frac{5}{n} - 4$$

$$d_n = \frac{1}{3^n}$$

$$q_n = 3 + 5(n - 1)$$

$$r_n = (-4)^n + 3$$

$$t_n = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}$$

$$h_n = 3 \times (-1)^n$$

Exercice 23 : Contextes (2)

1) En période de sécheresse, une mare perd chaque semaine un quinzième de son contenu par évaporation. En début de période, elle contient $V_0 = 30 \text{ m}^3$ d'eau.

On note $V_1, V_2, \dots, V_n$ les volumes d'eau de la mare au bout, respectivement, d'une semaine de sécheresse, de deux semaines, ... de n semaines de sécheresse.

- a) Calculer V_1 et V_2
- b) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n . Quelle est la nature de la suite (V_n) ?
- c) Exprimer V_n en fonction de n
- d) Quel sera le volume d'eau dans la mare à la fin de la cinquième semaine ?
- e) Au bout de combien de semaines de sécheresse la mare aurait-elle diminué de moitié ?

2) Lors de la catastrophe de Fukushima en 2011, de grandes quantités d'iode 131 et de césium 137, substances radioactives nocives, ont été remâchées dans l'atmosphère.

La durée au bout de laquelle la substance relâchée a diminué de moitié (par désintégration) est appelée « demi-vie ». La demi-vie de l'iode 131 est de 8 jours, mais celle du césium 137 est de 30 ans.

On note u_0 la quantité d'iode 131 émise lors de la catastrophe, u_1 la quantité restante au bout d'une durée égale à une demi-vie (soit au bout de 8 jours), u_2 la quantité restante au bout d'une durée égale à deux demi-vies (soit au bout de 16 jours)... u_n la quantité restante au bout d'une durée égale à n demi-vies

- a) Déterminer la relation de récurrence donnant u_n en fonction de u_{n-1} .
- b) Quelle est la nature de la suite ? Préciser la raison.
- c) Exprimer u_n en fonction de u_0 et de n , puis en déduire l'expression de $\frac{u_n}{u_0}$ en fonction de n
- d) Déterminer la durée au bout de laquelle la quantité restante d'iode 131 devient inférieure à 1% de la quantité émise lors de la catastrophe.
- e) En vous inspirant des questions précédentes, déterminer la durée au bout de laquelle la quantité restante de césium 137 devient inférieure à 1% de la quantité émise lors de la catastrophe.

Exercice 23 (Suite)

3) Une horloge à balancier retarde d'une minute et 10 secondes par heure. Il est 15 h 16 au moment où on la remonte.

- a) Modéliser cette situation à l'aide d'une suite dont vous donnerez la nature, le 1^{er} terme et l'expression du terme général (en précisant la signification de la variable n)
- b) Quelle heure sera-t-il au bout de 3 jours ? Détailler la méthode.

4) Un sultan tombe malade. Les médecins de sa cour s'évertuent à le guérir – mais sans succès. Apparaît alors un étranger qui, grâce à ses potions magiques, parvient à guérir le sultan.

Le sultan, qui n'est certes pas ingrat, demande alors à l'étranger comment il peut le remercier.

"Apporte-moi un échiquier", s'exclame l'étranger. "Puis place un grain de riz sur la première case, deux grains sur la seconde case, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, puis continue de doubler les grains de riz sur chaque case jusqu'à ce que l'échiquier (8×8 cases, donc 64 cases) soit rempli".

On aura maintenant compris que le sultan va se faire avoir – mais dans quelle mesure ?

- a) Modéliser la situation à l'aide d'une suite définie par récurrence, dont on précisera la relation, le premier terme, ce que représente le rang et ce que représentent les termes.
- b) Déterminer, en détaillant la démarche, combien y a-t-il de grains de riz sur la 16^{ème} case de l'échiquier.
- c) Sachant que mille grains de riz pèsent 28 g, combien faut-il remplir de cases pour avoir déjà 1 kg de riz ?