

Savoir Fi. 3 - Propriétés des intégrales

Propriétés : • Relation de Chasles :

$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt \quad \text{et} \quad \int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$$

• Linéarité :

$$\int_a^b (f(t) + g(t))dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$$

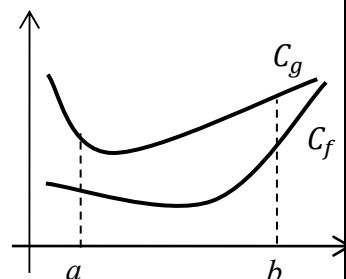
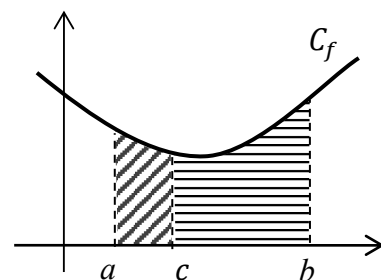
Et

$$\int_a^b k \times f(t)dt = k \times \int_a^b f(t)dt$$

• Positivité : Pour $a \leq b$ $f(t) \geq 0$ pour $t \in [a; b] \Rightarrow \int_a^b f(t)dt \geq 0$

$$f(t) \leq 0 \text{ pour } t \in [a; b] \Rightarrow \int_a^b f(t)dt \leq 0$$

$$f(t) \leq g(t) \text{ pour } t \in [a; b] \Rightarrow \int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$$



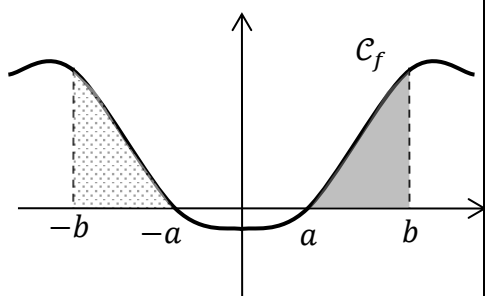
Applications classiques :

1) Soit $I = \int_0^1 \frac{1}{e^x+1} dx$ et $J = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx$ a) Calculer J b) Calculer $I + J$ c) En déduire I

2) Soit $f(x) = \frac{\cos x}{x^2}$ définie pour $x \neq 0$. Encadrer : $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x^2} dx$

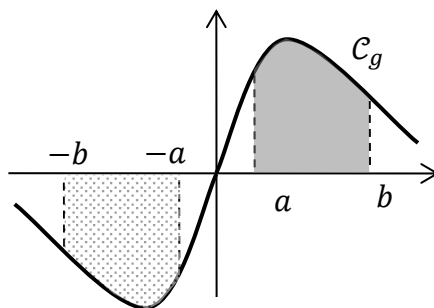
Propriétés des intégrales - parité et périodicité

Fonction paire
Symétrie d'axe (Oy)



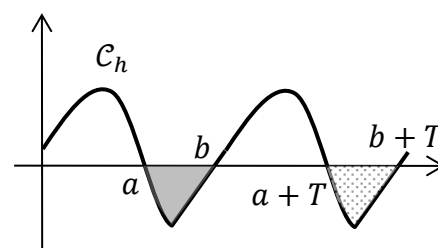
$$\int_{-b}^{-a} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

Fonction impaire
Symétrie de centre O



$$\int_{-b}^{-a} g(t)dt = -\int_a^b g(t)dt$$

Fonction T -périodique
Translation de vecteur $\vec{T} (T; 0)$



$$\int_{a+T}^{b+T} h(\theta)d\theta = \int_a^b h(\theta)d\theta$$