

Savoirs Ve.3 : Colinéarité et parallélisme

Exercice 9 : Dans un repère

1) Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les vecteurs :

$$\vec{u}(2; -8; 3); \vec{v}(-1; 4; -1,5); \vec{w}(4; -6; 1,5) \text{ et } \vec{a}\left(\frac{8}{3}; -4; 1\right)$$

- a) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, donner leur relation de colinéarité.
- b) Mêmes questions pour les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ et pour les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{a}$

2) Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points :

$$A\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right); B\left(0; \frac{5}{2}; -1\right); C\left(\frac{9}{2}; -\frac{13}{2}; 1\right) \text{ et } D\left(\frac{3}{4}; 1; 1\right)$$

- a) Les points A, B, C sont-ils alignés ?
- b) Le point A appartient-il à la droite (BD) ?

3) Soit ABCD un tétraèdre. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.

On définit les points M, N et P par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

Les droites (MN) et (CP) sont-elles parallèles ?

Exercice 10 : Sans repère

1) On considère un tétraèdre ABCD. On considère les points M et N tels que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$.

- a) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.
- b) Que peut-on en déduire sur les droites (AN) et (MC) ?

2) A, B et C sont trois points non alignés et D et E sont définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$

- a) Faire une figure
- b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

3) Soient M, N et P trois points de l'espace non alignés.

On considère les points I et J tels que $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NJ} = 3\overrightarrow{MP} - 2\overrightarrow{MN}$.

- a) Faire une figure.
- b) Montrer que le point P appartient à la droite (IJ).

4) On considère un pavé droit ABCDEFGH.

On note I et K les milieux respectifs des côtés [AF] et [FG], et J le point tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

Exprimer $\overrightarrow{JI}$ et $\overrightarrow{DK}$ en fonction de $\overrightarrow{DA}$ et de $\overrightarrow{AK}$ et en déduire que les droites (JI) et (DK) sont parallèles.

Exercice 11 : Même chose en plus dur (un peu de recherche...)

A, B et C sont trois points non alignés.

a) E est défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Montrer que les points B, C et E sont alignés

b) Soit a un réel non nul et F le point défini par $\overrightarrow{AF} = \frac{a-1}{a}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{a}\overrightarrow{AC}$.

- Faire trois figures pour chacun des cas suivants : $a = 1$; $a = 2$ et $a = \frac{1}{2}$
- Démontrer que F appartient à la droite (BC)

