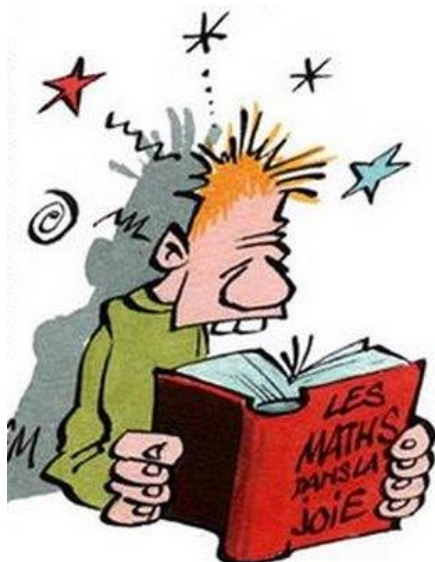


Entraînement à l'épreuve commune de mathématiques



Exercice 1 : Géométrie

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points $A(-3 ; 2)$, $B(3 ; 4)$ et $C(5 ; -2)$.

1) Placer les points A, B et C dans le repère ci-contre (on complètera la figure au fur et à mesure)

2) Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.

3) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$

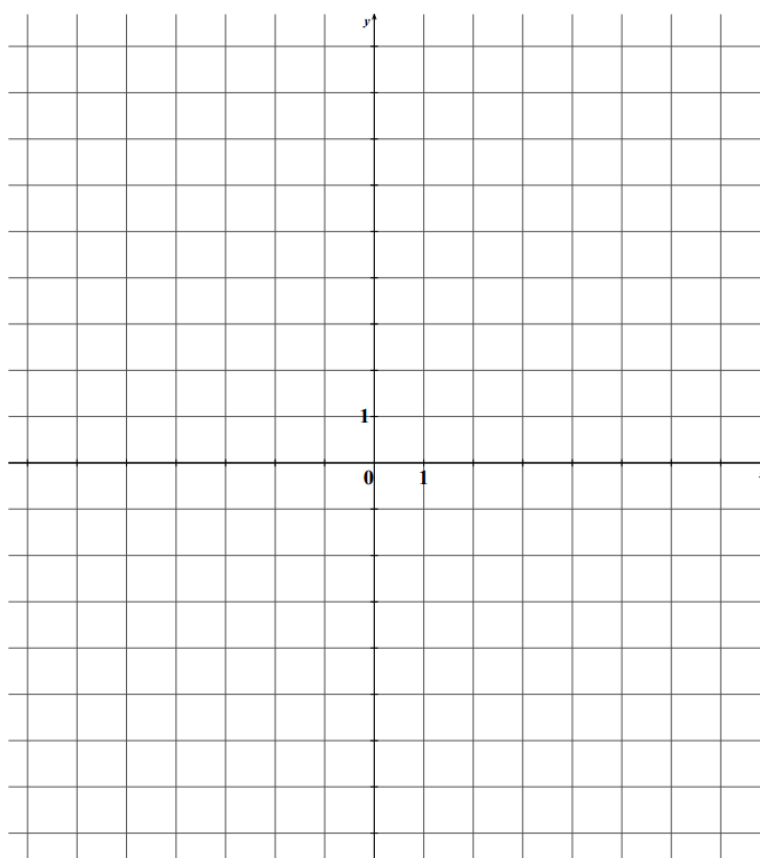
4) Calculer la valeur exacte de la longueur BC .

5) a) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

b) Quelle est la nature de $ABCD$?

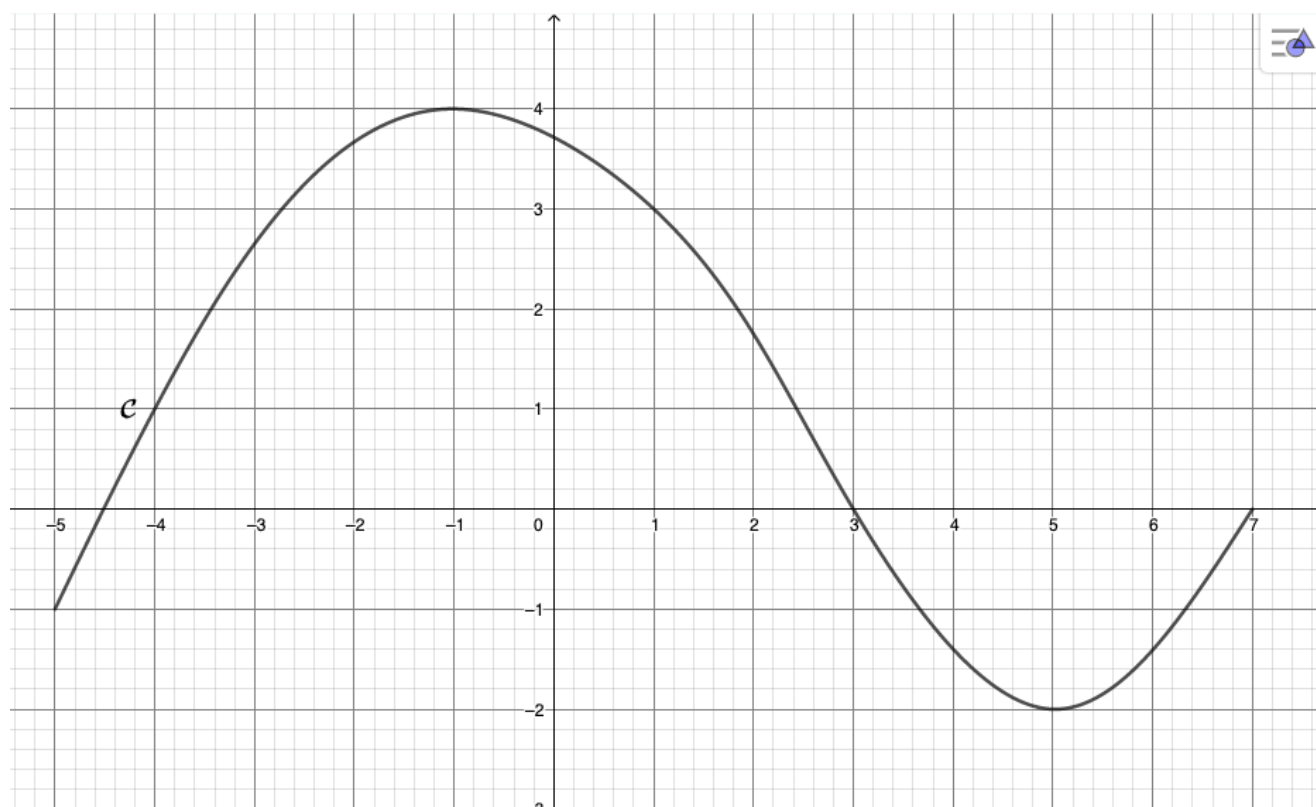
6) On donne $AB = \sqrt{40}$ et $AC = \sqrt{80}$.

Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B .



Exercice 2 : Fonctions

On a tracé ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 7]$.



Partie A : Fonction f

1. Par simple lecture graphique, déterminer :

- (a) l'image de -2 par f
- (b) $f(4)$
- (c) les antécédents de 0 par f
- (d) les solutions de $f(x) = 1$

2. Citer, si possible, un nombre qui :

- (a) n'admet qu'un seul antécédent par f
- (b) admet exactement deux antécédents par f

Partie B : Fonction g

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x + 3$

1. Tracer sur le graphique la courbe représentative de g . Détailler votre démarche.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
3. Déterminer par le calcul l'antécédent de 12 par g

Partie C : Fonction h

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 2x^2 - 4x + 3$

1. Calculer les valeurs exactes de $h(-1)$ et $h\left(\frac{1}{2}\right)$
2. Le point $A(3; 9)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction h ? Justifier.

Exercice 3 : Taux

Le tableau ci-dessous est extrait d'une feuille de calcul d'un tableur. Il donne les populations urbaine et rurale françaises, en millions de personnes, entre 1954 et 1999.

	A	B	C	D	E
1	Populations urbaine et rurale en France métropolitaine				
2		Population urbaine	Population rurale	Population totale	Taux de population
3		(en millions)	(en millions)	(en millions)	urbaine (en %)
4	1954	24,5	18,2	42,7	57,4
5	1962	29,4	17,2		
6	1968	34,8	14,9		
7	1975	38,4	14,2		
8	1982	39,9	14,5		
9	1990	41,9	14,7		
10	1999				
11					
12	Source INSEE, recensement de la population				

Dans cet exercice, on exprimera les taux en pourcentage et on arrondira les pourcentages au dixième.

1. Calculer pour l'année 1962 la proportion de population urbaine en France par rapport à la population totale.
2. Quel est le taux d'évolution de la population urbaine entre 1954 et 1962 ? Entre 1954 et 1982 ?
3. Sachant que la population urbaine représente en 1999 environ 75,6 % de la population totale, calculer le nombre de population urbaine en 1999. Arrondir au dixième de millions
4. a) La population française a augmenté de 37 % entre 1954 et 1999 est de 37 %. Par combien a-t-elle été multipliée ?
b) En déduire la population totale en 1 999. Arrondir au dixième de millions

Corrections



Exercice 1 : Corrections

1) $\Rightarrow$

$$2) \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

Le milieu de $[AC]$ a pour coordonnées $M(1; 0)$, c'est aussi le point I.

$$3) \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 3 \\ -2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

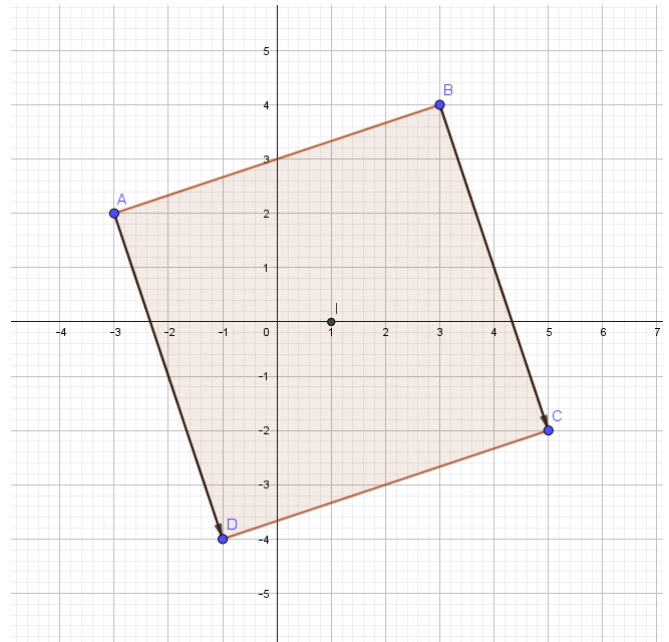
$$4) BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$$

5) a) $\Rightarrow$

b) L'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ permet de dire que ABCD est un parallélogramme.



6) Comme $AB = BC = \sqrt{40}$, ABC est isocèle en B.

$$\text{D'une part : } AC^2 = (\sqrt{80})^2 = 80$$

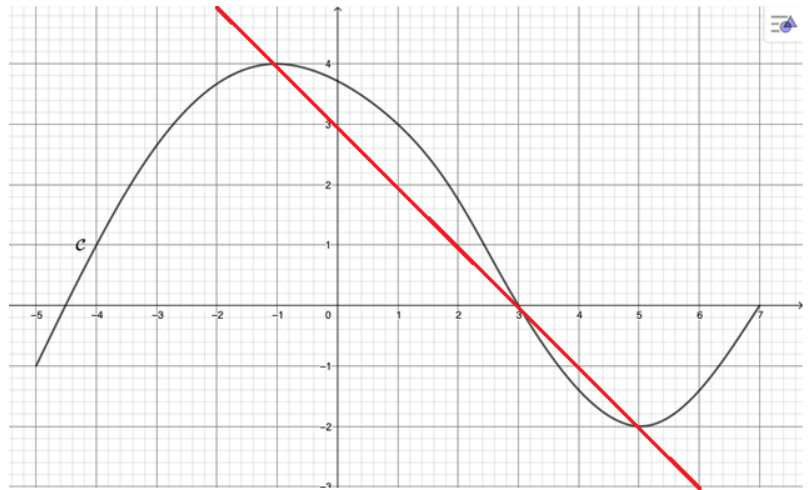
$$\text{D'autre part : } AB^2 + BC^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{40})^2 = 40 + 40 = 80$$

On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

Exercice 2 : Corrections

Partie A : Fonction f

1. (a) L'image de -2 par f est 3,7
(b) $f(4) = -1,4$
(c) Les antécédents de 0 par f sont -4,5 ; 3 et 7
(d) $S = \{-4 ; 2,4\}$
2. (a) 4 (ou -2) admet un seul antécédent par f
(b) Vous pouvez donner n'importe quel nombre de $]0 ; 4[$ ou de $] -1 ; -2[$



Partie B : Fonction g

- 1) Sur le graphique
- 2) $S = \{-1 ; 3 ; 5\}$
- 3) $g(x) = 12 \Leftrightarrow -x + 3 = 12 \Leftrightarrow -x = 12 - 3 \Leftrightarrow -x = 9 \Leftrightarrow x = -9$ L'antécédent de 12 par g est -9

Partie C : Fonction h

- 1) $h(-1) = 2 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) + 3 = 2 + 4 + 3 = 9$
- 2) $h\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{3}\right) + 3 = 2 \times \frac{1}{9} - \frac{4}{3} + 3 = \frac{2}{9} - \frac{12}{9} + \frac{27}{9} = \frac{17}{9} \neq 2$
Donc le point A n'appartient pas à la courbe représentative de h

Exercice 3 : Corrections

1. $p_{\%} = \frac{\text{pop urbaine}}{\text{pop France}} \times 100 = \frac{29,4}{29,4+17,2} \times 100 \simeq 63,1 \%$ En 1962 il y a 63,1 % de population urbaine

2. $t_{54 \rightarrow 62} = \frac{v_{62} - v_{54}}{v_{54}} \times 100 = \frac{29,4 - 24,5}{24,5} \times 100 = 20 \%$

La population urbaine a augmenté de 20 % entre 1954 et 1962

$t_{54 \rightarrow 62} = \frac{v_{62} - v_{54}}{v_{54}} \times 100 = \frac{39,9 - 24,5}{24,5} \times 100 \simeq 62,9 \%$

La population urbaine a augmenté d'environ 62,9 % entre 1954 et 1982 ?

3. $PE = \frac{p_{\%}}{100} \times T = 0,756 \times 58,5 \simeq 44,2$ La population urbaine en 1999 est d'environ 44,2 millions

4. a) $CM = 1 + \frac{t_{\%}}{100} = 1 + 0,37 = 1,37$ La population a été multipliée par 1,37 entre 1954 et 1999

b) $v_f = v_i \times CM = 42,7 \times 1,37 \simeq 58,5$ La population totale en 1999 est de 58,5 millions