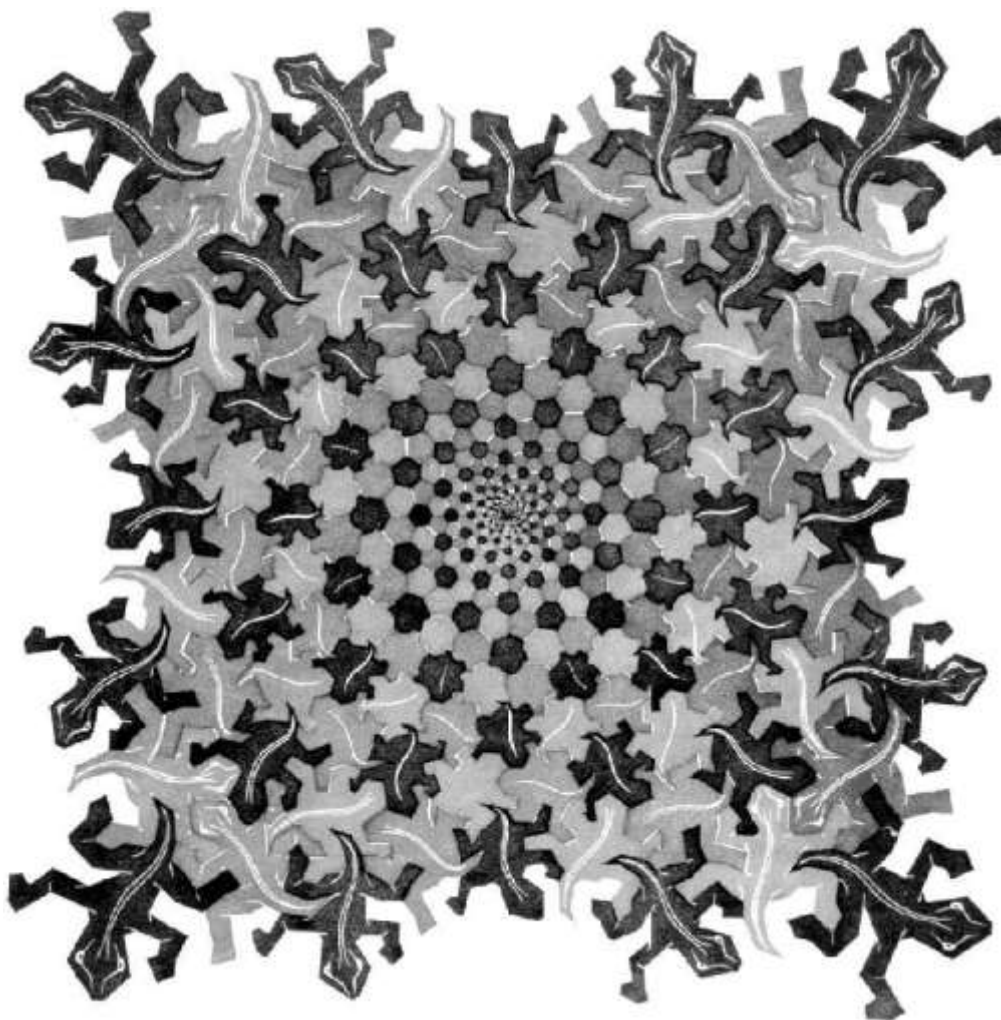


Vecteurs et Produit Scalaire

Savoirs

1^{ère}
partie

- Vps. 1** Calculs dans un repère
Vps. 2 Techniques de calcul vectoriel
Vps. 3 Décomposition dans une base



- Colinéarité, calculs **Vps. 4**
Colinéarité, applications, parallélisme et alignement **Vps. 5**
Produit Scalaire - Calcul **Vps. 6**
Produit Scalaire - Orthogonalité **Vps. 7**

2^{ème} partie

EXERCICES en classe

Savoir Vps. 1: Calculs dans un repère

Exercice 1 : Milieux et longueurs

1) Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne :

$A(-5; 1); B(0; -2); C(4; 6)$ et $D(2; -4)$.

- Calculer les longueurs AB et JC .
- Calculer les coordonnées du point S , milieu de $[BD]$
- Calculer les coordonnées du centre du cercle de diamètre $[CA]$, puis calculer son rayon.

2) Dans un repère orthonormé, on donne les points :

$D(2; 3); E(-4; -1)$ et $F(4; 0)$.

- Calculer les longueurs DE, EF et FD .
- Démontrer que le triangle DEF est rectangle.
- Calculer les coordonnées du centre de son cercle circonscrit.

Besoin de plus d'entraînement ?

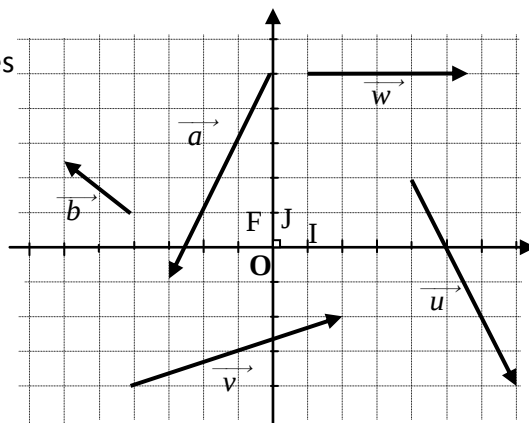
On donne les points

$A(3; 7); B(-1; 2)$ et $C(7; 2)$.

- Placer les points dans un repère orthonormé.
- Démontrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A .
- Soit E le milieu de $[AB]$. Calculer les coordonnées de E .
- Construire le point D tel que E soit le milieu de $[CD]$. Déterminer graphiquement les coordonnées de D .
- Quelle est la nature du quadrilatère $ACBD$? Justifier.

Exercice 2: Vecteurs et coordonnées

1) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}; \vec{a}$ et $\vec{b}$ dans le repère $(O; I; J)$ ci-contre.



2) Dans un repère orthonormé d'unité un carreau, représenter les vecteurs $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-2; -4)$, avec pour origine le point $A(-4; 1)$

3) Dans un repère (O, I, J) , on donne les points suivants :

$A(-4; 1); B(-1; -4); C(0; 3)$ et $D(3; -2)$

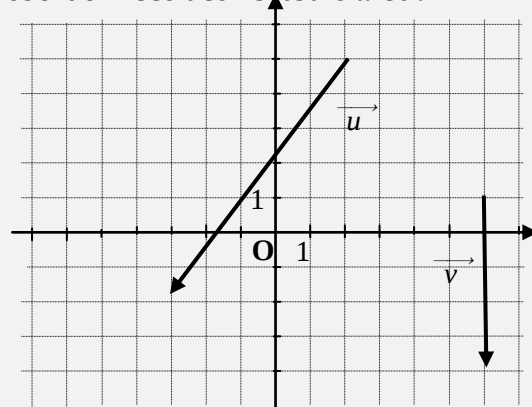
- Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AD}$ et $\vec{CB}$.
- Les vecteurs $\vec{BA}$ et $\vec{DC}$ sont-ils égaux ?

4) Dans un repère, on donne les points : $F(-1; 5); G(4; 2); H(-5; 0)$ et $K(5; -3)$

- Soit P le point tel que $\vec{GP} = \vec{HF}$. Calculer les coordonnées du point P .
- Soit L le point tel que $\vec{LF} = \vec{HK}$. Calculer les coordonnées du point L .

Besoin de plus d'entraînement ?

1) a. Dans le repère ci-dessous, déterminer graphiquement les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



b. Sur ce même repère, tracer en couleur un représentant des vecteurs :

$\vec{a}(-4; 6)$ et $\vec{b}(-10; 0)$

2) Dans un repère (O, I, J) orthonormé, on donne les points :

$A(4; -11); B(-5; 2)$ et $C(6; -5)$

- Calculer les coordonnées de $\vec{CB}$
- Déterminer les coordonnées du point N tel que $\vec{BN} = \vec{AC}$

Exercice 3 : Repères dans une figure

1) Repère normé

$ABCD$ et $DSL A$ sont des rectangles ;
 $AB = 8\text{ cm}$; $AD = 5\text{ cm}$; $AL = 2\text{ cm}$
 N est le milieu de $[DA]$
et P celui de $[CB]$.



On considère le repère (O, I, J) où $I \in [OP]$ et $J \in [OS]$ de façon à ce que $OI = OJ = 1\text{ cm}$.

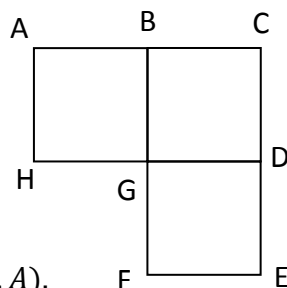
- En couleur sur la figure tracer le repère (O, I, J) .
- Donner les coordonnées des points A, L, B, P, C et N

2) Repère non normé

$ABGH$; $BCDG$ et $DEFG$ sont trois carrés identiques ; $AB = 6\text{ cm}$

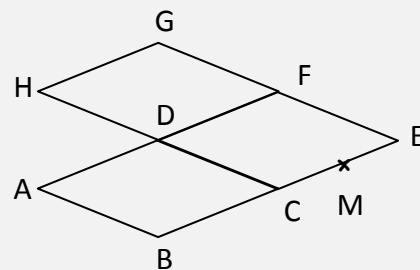
On considère le repère (H, D, A)

- En couleur sur la figure tracer le repère (H, D, A) .
- Donner les coordonnées des points H, G, F, E, B et A



Besoin de plus d'entraînement ?

$ABCD$; $CDFE$ et $DFGH$ sont trois losanges identiques
 $AB = 6\text{ cm}$
 M est le milieu de $[CE]$



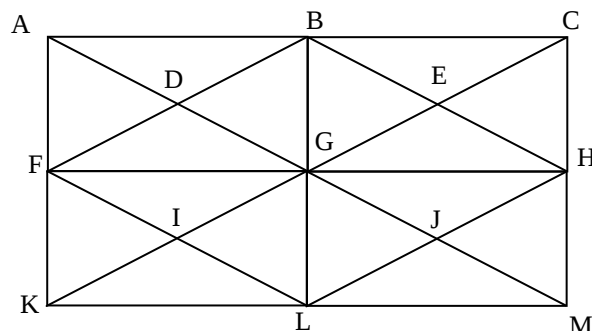
On considère le repère (C, M, H)

- En couleur sur la figure tracer le repère (C, M, H) .
- Donner les coordonnées de tous les points de la figure

Exercice 4 : Multiple et somme dans une figure

Dans la figure ci-contre, $ABGF$, $BCHG$, $GHML$ et $FGLK$ sont des rectangles. Compléter les égalités suivantes :

- $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} = \dots$
- $\overrightarrow{2HG} = \overrightarrow{H} \dots$
- $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BL} = \dots$
- $2\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{C} \dots$
- $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{GJ} = \overrightarrow{A} \dots$
- $3\overrightarrow{LJ} = \overrightarrow{K} \dots$
- $\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{M} \dots$
- $\overrightarrow{FB} + 2\overrightarrow{EG} = \dots$



Exercice 5 : Multiples et sommes par le calcul

1) Dans un repère, on donne :

$\vec{u}(3; 5)$; $\vec{v}(-1; 4)$; $\vec{w}(2; -6)$ et $\vec{a}(0; -3)$.

- Calculer les coordonnées des vecteurs : $-\vec{a}$; $3\vec{u}$; $-2\vec{v}$ et $\frac{1}{2}\vec{w}$
- On définit le vecteur $\vec{r}$ par la relation vectorielle : $\vec{r} = 2\vec{w} - \vec{a}$
Calculer les coordonnées de $\vec{r}$

2) Dans un repère (O, I, J) , on a les points : $A(-3; 7)$; $B(0; -5)$; $C(2; 1)$ et $D(-2; -4)$

Calculer les coordonnées des vecteurs : a) $-\overrightarrow{DC}$ b) $3\overrightarrow{AC}$ c) $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ d) $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - 5\overrightarrow{CD}$

Besoin de plus d'entraînement ?

Dans un repère (O, I, J) orthonormé, on donne les points :

$A(4; -11)$; $B(-5; 2)$ et $C(6; -5)$

Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ défini par : $\vec{u} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Exercice 6 : Calculs mélangés

Dans un repère orthonormé, on a les points $A(-1; 4)$; $B(2; 3)$ et $C(-4; -5)$

1. a) Faire une figure.
b) Calculer la longueur BC .
c) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A
d) Calculer les coordonnées du point E , milieu de $[BC]$. Placer E sur la figure.
2. On définit le vecteur $\vec{u}(3; 4)$, et le point M tel que $\overrightarrow{AM} = -2\vec{u}$
a) Placer M sur la figure.
b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$
c) En déduire les coordonnées du point M .
d) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCM$? Justifier.

Savoir Vps. 2: Techniques de calcul vectoriel

Exercice 7 :

1) Simplifier le plus possible (et si possible) les expressions vectorielles suivantes :

- | | |
|---|--|
| a) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GT}$ | b) $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{AT}$ |
| c) $\overrightarrow{TU} - \overrightarrow{UO}$ | d) $\overrightarrow{RE} - \overrightarrow{ME}$ |
| e) $5\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{UT}$ | f) $2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OP}$ |
| g) $3\overrightarrow{FM} - \overrightarrow{MD}$ | h) $2\overrightarrow{DH} + 5\overrightarrow{HR}$ |

2) a) « Introduire » le point M dans les expressions vectorielles suivantes :

- i. $\overrightarrow{FA}$ ii. $-\overrightarrow{OG}$ iii. $5\overrightarrow{HU}$

b) « Introduire » le point A dans les expressions vectorielles suivantes et simplifier si possible :

- i. $-3\overrightarrow{KO}$ ii. $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ iii. $\overrightarrow{CU} - \overrightarrow{CP}$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Simplifier le plus possible (et si possible) les expressions vectorielles suivantes :

- | | |
|--|--|
| a) $-\overrightarrow{RF} + \overrightarrow{RC}$ | b) $\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RA}$ |
| c) $\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{LM}$ | d) $-\overrightarrow{JP} - \overrightarrow{PZ}$ |
| e) $2\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HG}$ | f) $4\overrightarrow{FC} - 4\overrightarrow{FD}$ |
| g) $3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB}$ | h) $3\overrightarrow{AR} - \overrightarrow{TR} + 2\overrightarrow{RT}$ |

2) a) « Introduire » le point P dans les expressions vectorielles suivantes :

- i. $2\overrightarrow{AC}$ ii. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$ iii. $\overrightarrow{FX} + \overrightarrow{RX}$

b) « Introduire » le point B dans les expressions vectorielles suivantes, et simplifier :

- i. $\overrightarrow{VA} - 3\overrightarrow{TA}$ ii. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC}$

Exercice 8 : Exprimer en fonction de...

1) Exprimer $\vec{u}$ de la façon la plus simple possible :

- a) $\vec{u} + \overrightarrow{TR} = \overrightarrow{AR}$ b) $\vec{u} - \overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{ER}$

2) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction des vecteurs demandés

- a) $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ En fonction de $\overrightarrow{BC}$
b) $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Rightarrow$ En fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
c) $\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA} \Rightarrow$ En fonction de $\overrightarrow{AB}$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Exprimer $\vec{u}$ de la façon la plus simple possible :

- a) $\vec{u} + \overrightarrow{TE} = \vec{0}$ b) $2\vec{u} + 6\overrightarrow{RM} = 6\overrightarrow{TM}$

2) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction des vecteurs demandés

- a) $\frac{1}{3}\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0} \Rightarrow$ En fonction de $\overrightarrow{AB}$
b) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ En f° de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BA}$
c) $3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} \Rightarrow$ Le plus simplement

Exercice 9 : Le même, niveau au dessus

1) Exprimer $\overrightarrow{BG}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et/ou $\overrightarrow{BC}$

a) $3\overrightarrow{BG} - 4\overrightarrow{AG} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

c) $\overrightarrow{GC} - 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BC}$

2) a) On donne l'égalité : $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$.

b) On donne l'égalité : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Exprimer $\overrightarrow{GA}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

Besoin de plus d'entraînement ?

Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et/ou $\overrightarrow{BC}$

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} = \vec{0}$

c) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$

Savoir Vps. 3: Décomposition dans une base**Exercice 10 : Bases et coordonnées**

1) a. Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ écrire les décomposition des vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{a} = \vec{u} + 3\vec{v}$

b. Dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$ déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ et $\vec{d}$ définis par les relations :
 $\vec{a} = -2\vec{v}$; $\vec{b} = 2\vec{a} + 3\vec{v}$; $\vec{c} = \vec{v} - \frac{1}{2}\vec{u}$ et $2\vec{d} = -2\vec{u} + 6\vec{v}$

2) a. Dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ écrire les décomposition des vecteurs $\overrightarrow{r}(-1; 5)$ et $\overrightarrow{PM} \left(2; -\frac{1}{3} \right)$

b. Dans la base $(\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC})$ déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AS}$ et $\overrightarrow{MT}$ définis par les relations :
 $\vec{u} = \overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AS} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{MT} = 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DC}$

3) On donne les relations vectorielles : $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AR} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AS} = 5\overrightarrow{AC}$

a. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{KS}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

b. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK}$ dans la base $(\overrightarrow{AR}; \overrightarrow{AS})$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) a. Dans la base $(a; b)$ écrire les décomposition de $\vec{u}(-2; 3)$ et $\vec{k} = -\frac{4}{3}\vec{u}$

b. Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{w}$ définis par: $\vec{a} = -2\vec{j} - 3\vec{i}$ et $\frac{1}{2}\vec{w} = 4\vec{i} - 3(\vec{j} - \vec{i})$

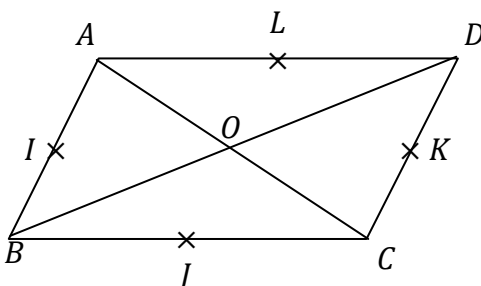
2) a. Dans la base $(\overrightarrow{FC}; \overrightarrow{PY})$ écrire les décomposition de $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

b. Dans la base $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC})$ déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{p}$ et $\overrightarrow{ZD}$ définis par : $\vec{p} = 4\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{ZD} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OA}$

Exercice 11 : Dans une figure

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O , et les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$

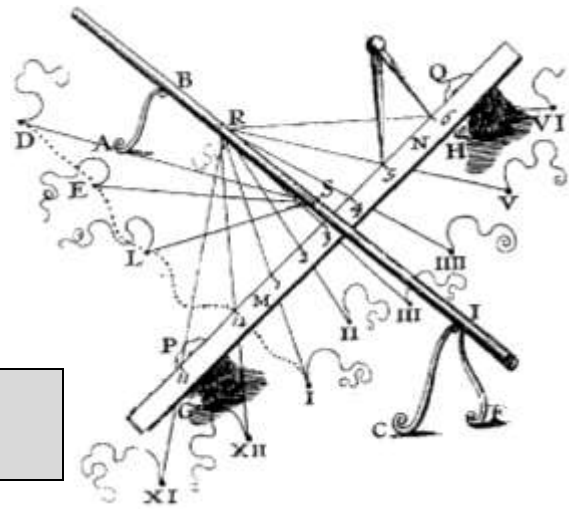
Donner les décompositions des vecteurs $\overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{CO}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$

**Besoin de plus d'entraînement ?**

Même figure

Donner les décompositions des vecteurs $\overrightarrow{KA}$ et $\overrightarrow{BL}$ dans la base $(\overrightarrow{JL}; \overrightarrow{JC})$

CORRECTIONS



Corrections Savoir Vps. 1

Corrigé Exercice 1

1) a. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0 - (-5))^2 + (-2 - 1)^2}$
 $AB = \sqrt{5^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$

$JC = \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$

b. S milieu de [BD] $\Leftrightarrow \begin{cases} x_S = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_S = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S = \frac{0 + 2}{2} = 1 \\ y_S = \frac{-2 - 4}{2} = -3 \end{cases}$

S (1 ; -3)

c. Soit M le centre du cercle de diamètre [CA] on a

$$\begin{cases} x_M = \frac{-5 + 4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_M = \frac{1 + 6}{2} = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow M(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2})$$

et $R = \frac{CA}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(4 + 5)^2 + (6 - 1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{106}$

2) a. $DE = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-1 - 3)^2}$
 $DE = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{52}$

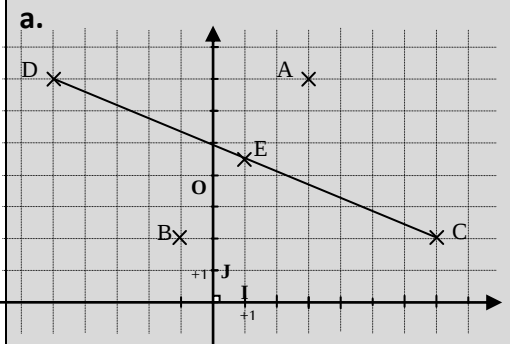
$EF = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65}$ et $FD = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

b. On a $EF^2 = 65$ et $DE^2 + FD^2 = 52 + 13 = 65$.

Donc $EF^2 = DE^2 + FD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en D.

c. Théorème : Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse. Le centre du cercle circonscrit au triangle rectangle DEF est donc le milieu de [EF]

Soit M le milieu de [EF], on a $\begin{cases} x_M = \frac{x_E + x_F}{2} \\ y_M = \frac{y_E + y_F}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{-4 + 4}{2} = 0 \\ y_M = \frac{-1 + 0}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$



b. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
 $AB = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 - 7)^2}$
 $AB = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$
 $AC = \sqrt{(7 - 3)^2 + (2 - 7)^2}$
 $AC = \sqrt{16 + 25}$
 $AC = \sqrt{41}$

On a donc $AB = AC$. On en déduit que ABC est isocèle en A.

c. On a : $x_E = \frac{1}{2}(x_A + x_B) = \frac{3 - 1}{2} = 1$

et $y_E = \frac{1}{2}(y_A + y_B) = \frac{7 + 2}{2} = \frac{9}{2}$

On a donc $E(1; \frac{9}{2})$

d. On a : D(-5 ; 7).

e. E est le milieu des diagonales [AB] et [CD], le quadrilatère ACBD est donc un parallélogramme

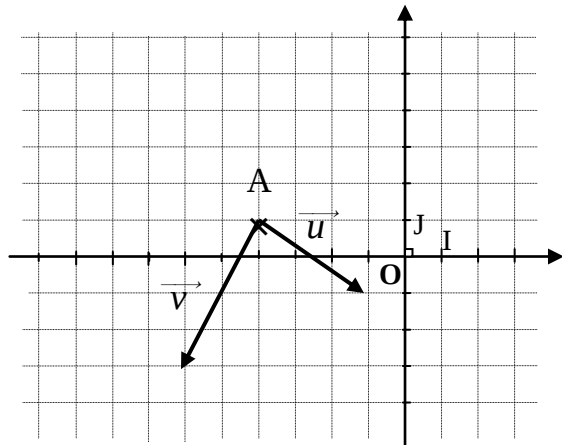
$\Rightarrow M(0; -\frac{1}{2})$

Corrigé Exercice 2

1) $\vec{u}(3; -6)$; $\vec{v}(6; 2)$; $\vec{w}(\frac{9}{2}; 0)$;

$\vec{a}(-3; -6)$ et $\vec{b}(-2; \frac{3}{2})$

2) $\Rightarrow$



3) a. $\vec{AD} \begin{pmatrix} 3 - (-4) \\ -2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{CB} \begin{pmatrix} -1 - 0 \\ -4 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$

b. $\vec{BA} \begin{pmatrix} -4 - (-1) \\ 1 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{DC} \begin{pmatrix} 0 - 3 \\ 3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{BA}$ et $\vec{DC}$ sont égaux

4) a. $\vec{GP} \begin{pmatrix} x_P - x_G \\ y_P - y_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P - 4 \\ y_P - 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{HF} \begin{pmatrix} x_F - x_H \\ y_F - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\vec{GP} = \vec{HF} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{GP} = x_{HF} \\ y_{GP} = y_{HF} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P - 4 = 4 \\ y_P - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = 4 + 4 = 8 \\ y_P = 5 + 2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{P(8; 7)}$

b. $\vec{LF} \begin{pmatrix} -1 - x_L \\ 5 - y_L \end{pmatrix}$ et $\vec{HK} \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$\vec{LF} = \vec{HK} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{LF} = x_{HK} \\ y_{LF} = y_{HK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_L = 10 \\ 5 - y_L = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_L = 10 + 1 = 11 \\ -y_L = -3 - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_L = -11 \\ y_L = 8 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{L(-11; 8)}$

Corrigé Exercice 3

1) a.

b. $A(-2; -2,5)$

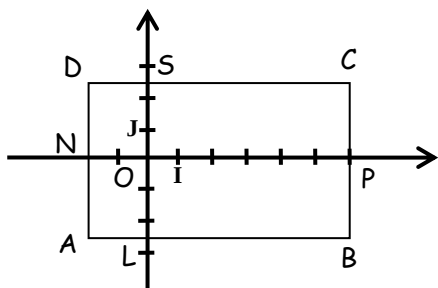
$L(0; -2,5)$

$B(6; -2,5)$

$P(6; 0)$

$C(6; 2,5)$

$N(-2; 0)$

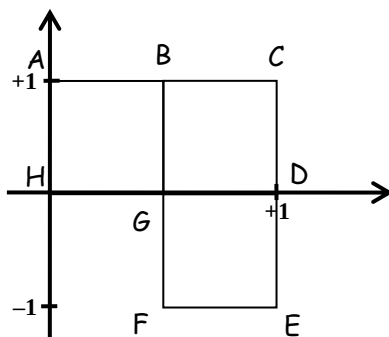


2) a.

b. $H(0; 0)$ $G(\frac{1}{2}; 0)$

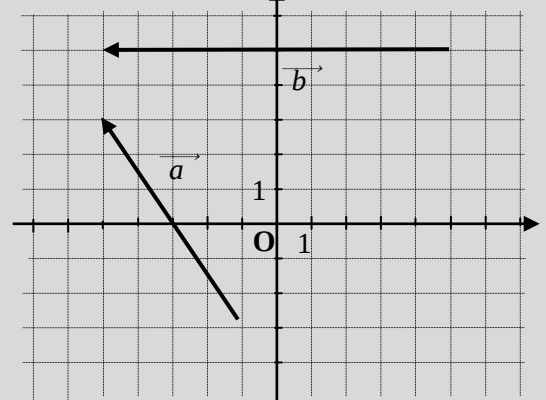
$F(\frac{1}{2}; -1)$ $E(1; -1)$

$B(\frac{1}{2}; 1)$ $A(0; 1)$



1) a. $\vec{u}(-5; -7)$ et $\vec{v}(0; -5)$

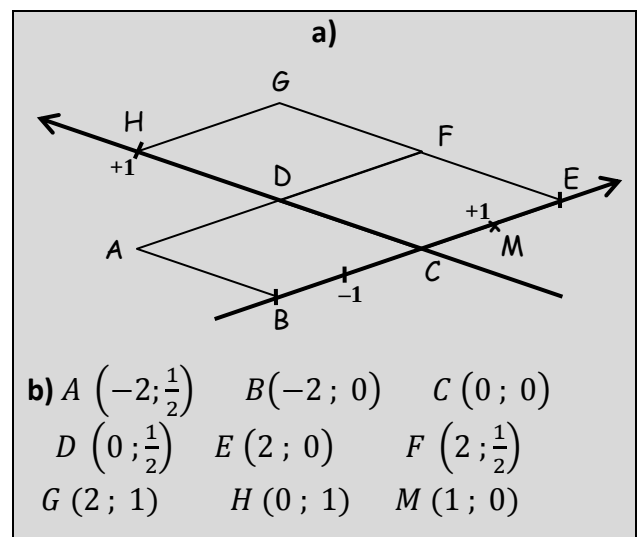
b. Vos vecteurs peuvent partir d'où vous voulez dans le repère, il n'y a que le déplacement qui compte.



2) a. $\vec{CB} \begin{pmatrix} x_B - x_C \\ y_B - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 6 \\ 2 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \end{pmatrix}$

b. $\vec{BN} \begin{pmatrix} x_N + 5 \\ y_N - 2 \end{pmatrix} = \vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 2 \\ y - 2 = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 8 \end{cases} \text{ Donc } \mathbf{N(-3; 8)}$



Corrigé Exercice 4

a. $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KM}$

e. $2\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{HF}$

b. $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BL} = \overrightarrow{FL}$

f. $2\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CM}$

c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{GJ} = \overrightarrow{AG}$

g. $3\overrightarrow{LJ} = \overrightarrow{KE}$

d. $\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{MJ}$

h. $\overrightarrow{FB} + 2\overrightarrow{EG} = \vec{0}$

Corrigé Exercice 5

1) a. $-\vec{a} = (0; 3)$; $3\vec{u} = (9; 15)$; $-2\vec{v} = (2; -8)$; $\frac{1}{2}\vec{w} = (1; -3)$

b. $\vec{r} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 \\ -12+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \end{pmatrix}$

2) a) $\overrightarrow{DC}(4; 5)$ donc $-\overrightarrow{DC} = (-4; -5) = \overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{AC}(5; -6)$ donc $3\overrightarrow{AC} = (15; -18)$

c) $\overrightarrow{CB}(-2; -6)$ donc $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = (-1; -3)$

d) $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -3 \\ -12 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $-5\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Donc $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - 5\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 19 \\ 21 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CB} &= \begin{pmatrix} 6 - (-5) \\ -5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -7 \end{pmatrix} \\ \text{et } \overrightarrow{CA} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \vec{u} &= 2\begin{pmatrix} 11 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 - 2 \\ -14 - 6 \end{pmatrix} \\ \vec{u} &= \begin{pmatrix} 20 \\ -20 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Corrigé Exercice 6

1.b) $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

c) $BC^2 = 100$ et $AC^2 = (-3)^2 + (-9)^2 = 90$

$AB^2 = 3^2 + (-1)^2 = 10 \Leftrightarrow \mathbf{AB^2 + BC^2 = 100 = AC^2}$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A

d) $E\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

2b) $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - (-1) \\ y - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 4 \end{pmatrix}$

c) $-2\vec{u}\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{AM} = -2\vec{u} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = -6 \\ y - 4 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{M(-7; -4)}$

d) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ et AMCB est un **parallélogramme**

Et comme ABC est rectangle en A $\Rightarrow$ AMCB est un **rectangle**

Corrections Savoir Ups. 2

Corrigé Exercice 7

- 1) a) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GT} = \overrightarrow{AT}$
 b) $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AR}$
 c) $\overrightarrow{TU} - \overrightarrow{UO} = \overrightarrow{TU} + \overrightarrow{OU}$ on ne peut rien faire
 d) $\overrightarrow{RE} - \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{RM}$
 e) $5\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{UT} = 4\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{TU} + \overrightarrow{UT} = 4\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{TT} = 4\overrightarrow{TU}$
 f) $2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OP} = 2(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP}) = 2\overrightarrow{AP}$
 g) $3\overrightarrow{FM} - \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{FM} + \overrightarrow{DM}$ on ne peut rien faire
 h) $2\overrightarrow{DH} + 5\overrightarrow{HR} = 2\overrightarrow{DH} + 2\overrightarrow{HR} + 3\overrightarrow{HR} = 2\overrightarrow{DR} + 3\overrightarrow{HR}$
- 2) a) i. $\overrightarrow{FM} + \overrightarrow{MA}$ ii. $-\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{MG}$ iii. $5\overrightarrow{HM} + 5\overrightarrow{MU}$
 b) i. $-3\overrightarrow{KO} = 3\overrightarrow{OK} = 3\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{AK}$
 ii. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AM}$
 iii. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AU} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AU} - \overrightarrow{AP}$

- 1) a) $-\overrightarrow{RF} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{FR} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{FC}$
 b) $\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$
 c) $\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{ML}$ on ne peut rien faire
 d) $-\overrightarrow{JP} - \overrightarrow{PZ} = -\overrightarrow{JZ} = \overrightarrow{ZJ}$
 e) $2\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OG}$
 f) $4\overrightarrow{FC} - 4\overrightarrow{FD} = 4\overrightarrow{FC} + 4\overrightarrow{DF} = 4\overrightarrow{DC}$
 g) $3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM}$
 on ne peut rien faire
 h) $3\overrightarrow{AR} - \overrightarrow{TR} + 2\overrightarrow{RT} = 3\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RT} + 2\overrightarrow{RT}$
 $= 3\overrightarrow{AR} + 3\overrightarrow{RT} = 3\overrightarrow{AT}$
- 2) a) i. $2\overrightarrow{AP} + 2\overrightarrow{PC}$ ii. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{PI}$
 iii. $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{PX} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PX} = \overrightarrow{FP} + \overrightarrow{RP} + 2\overrightarrow{PX}$
 b) i. $\overrightarrow{VB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{TB} - 3\overrightarrow{BA}$
 $= \overrightarrow{VB} - 3\overrightarrow{TB} - 2\overrightarrow{BA}$
 ii. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{BC}$
 $= \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{BC}$

Corrigé Exercice 8

- 1) a) $\vec{u} + \overrightarrow{TR} = \overrightarrow{AR} \Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{AT}$
 b) $\vec{u} - \overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{ER} \Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{ER} + \overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{ZR}$
- 2) a) $\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
 b) $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$
 c) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AB}$

- 1) a) $\vec{u} + \overrightarrow{TE} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = -\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{ET}$
 b) $2\vec{u} + 6\overrightarrow{RM} = 6\overrightarrow{TM} \Leftrightarrow 2\vec{u} = 6\overrightarrow{TM} + 6\overrightarrow{MR}$
 $\Leftrightarrow 2\vec{u} = 6\overrightarrow{TR} \Leftrightarrow \vec{u} = 3\overrightarrow{TR}$
- 2) a) $\frac{1}{3}\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -6\overrightarrow{BA}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -6\overrightarrow{AB}$
 b) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$
 c) $3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$
 $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow -3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC}$
 $\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \vec{0}$

Corrigé Exercice 9

$$1) \text{ a) } 3\overrightarrow{BG} - 4\overrightarrow{AG} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BG} - 4\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{BG} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow -3\overrightarrow{BG} = 4\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BG} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BA}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{GC} - 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$2) \text{ a) } \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{a) } \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AM} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

$$\text{c) } 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 6\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow 6\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Corrections Savoir Vps. 3

Corrigé Exercice 10

$$1) \text{ a. } \vec{u} = 3\vec{i} ; \vec{v} = \vec{i} + 4\vec{j} \text{ et } \vec{a} = 3\vec{i} + 3(\vec{i} + 4\vec{j}) = 6\vec{i} + 12\vec{j}$$

$$\text{b. } \vec{a} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} ; \vec{b} = -4\vec{v} + 3\vec{v} = -\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} ; \vec{c} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \\ \text{et } 2\vec{d} = -2\vec{u} + 6\vec{v} \Leftrightarrow \vec{d} = -\vec{u} + 3\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$2) \text{ a. } \vec{r} = -\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{b. } \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AS} = -2\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{et } \overrightarrow{MT} = 3\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DA} - 4\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$3) \text{ a } \overrightarrow{AK} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} , \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AR} - \overrightarrow{AS} = -2\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \text{et } \overrightarrow{KS} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b. } \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{pmatrix} , \overrightarrow{AC} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 2\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 \\ 0+\frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$1) \text{ a. } \vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} \\ \vec{k} = -\frac{4}{3}(-2\vec{a} + 3\vec{b}) = \frac{8}{3}\vec{a} - 4\vec{b}$$

$$\text{b. } \vec{a} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \frac{1}{2}\vec{w} = 7\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$2) \text{ a. } \vec{u} = -3\overrightarrow{PY} \text{ et } \overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{FC} + 7\overrightarrow{PY}$$

$$\text{b. } \vec{p} = -4\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{ZD} = 2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} \\ \overrightarrow{ZD} = (-3; 2)$$

Corrigé Exercice 11

$$\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AL}$$

Comme I et L sont les milieux de $[AB]$ et de $[AD]$, on a :

$$\overrightarrow{IL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \text{ donc } \overrightarrow{IL}\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{KO}$$

comme O est le milieu de $[CA]$ on a $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

On a de même O milieu de $[KI]$ on a $\overrightarrow{KO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$

$$\text{Donc } \overrightarrow{CO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$$

$$\text{Or } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{CO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

$$\text{Et } \overrightarrow{CO}\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$$

$$\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{DA}$$

Comme K est le milieu de $[CD]$; on a

$$\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JL}$$

On a aussi $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ et comme J est le milieu de $[CB]$ alors $\overrightarrow{DA} = 2\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{JC}$

On a donc

$$\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JL} - 2\overrightarrow{JC} \text{ et } \overrightarrow{KA}\left(\frac{1}{2}; -2\right)$$

$$\overrightarrow{BL} = \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JL} \text{ donc } \overrightarrow{BL}(1; 1)$$