

Définition et propriétés de la colinéarité

❶ **Définition** : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \exists ! k \in \mathbb{R}^*, \vec{u} = k\vec{v}$

❷ **Remarque** : Le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs.

❸ **Colinéarité et coordonnées** : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace, avec $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$
 Si $\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} = \frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} = k$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** et $\vec{u} = k\vec{v}$

❹ **Alignement, appartenance à une droite** : A, B et M alignés $\Leftrightarrow M \in (AB) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$

❺ **Milieux** : M est le milieu de $[AB]$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$

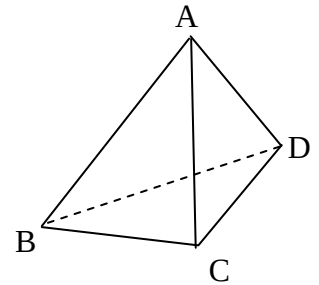
❻ **Parallélisme** : $(CM) // (AB) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}^*, \overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{AB}$ Si $k > 0$, alors $ABMC$ trapèze de bases AB et CM

❼ **Parallélogrammes** : $ABMC$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}$

❽ **Attention** : Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires, alors les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles mais c'est qu'elles sont **soit** sécantes, **soit non coplanaires**

Exemples :

1) On considère le tétraèdre $ABCD$. Soit I le milieu de $[BC]$ et le centre de gravité G de la face BCD (donc $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$) et le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.
 Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{MG}$ sont colinéaires



2) Dans $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne $A(-1; 0; 3)$; $B(1; 4; -1)$ et $C(2; 6; -3)$

Montrer que $C \in (AB)$