

Corrigés Savoir Df. 6

Corrigé Exercice 9

a. $f'(x) = 6x - 3$

$f'(2) = 12 - 3 = 9$ et $f'(-1) = -6 - 3 = -9$

b. $g'(x) = 6e^x + 6xe^x = 6(x+1)e^x$

$g'(0) = 6e^0 = 6$ et $g'(1) = 6 \times 2e^1 = 12e$

c. $h'(t) = \frac{-3te^{-3t} - e^{-3t}}{t^2} = \frac{(-3t-1)e^{-3t}}{t^2}$

$h'\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{(-3 \times \frac{1}{3} - 1)e^{-3 \times \frac{1}{3}}}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{-2e^{-1}}{\frac{1}{9}} = -18e^{-1} = -\frac{18}{e}$

et $h'\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{(-3 \times (-\frac{1}{3}) - 1)e^{-3 \times (-\frac{1}{3})}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} = 9 \times (1-1)e^1 = 0$

d. $i'(x) = (-6x)e^{-x} + (1-3x^2)(-e^{-x}) = (3x^2 - 6x - 1)e^{-x}$

$i'(-2) = (3 \times 4 + 12 - 1)e^{-(-2)} = 23e^{-2}$ et $i'(0) = -1e^0 = -1$

e. $k'(x) = \frac{(2x-3)(2-x) - (-1)(x^2-3x)}{(2-x)^2}$
 $= \frac{4x-2x^2-6+3x+x^2-3x}{(2-x)^2} = \frac{-x^2+4x-6}{(2-x)^2}$

$k'(-3) = \frac{-9-12-6}{(2+3)^2} = \frac{-27}{25}$ et $k'(1) = -3$

f. $M'(x) = 2x - 1e^{-x} - x(-e^{-x})$
 $= 2x + (x-1)e^{-x}$

$M'(-1) = -2 - 2e^{-(-1)} = -2 - 2e$

et $M'(2) = 4 + e^{-2}$

Corrigé Exercice 10

1) a. $f'(x) = 4x - 3$

b. $f(1) = 2 - 3 + 1 = 0$ et $f'(1) = 4 - 3 = 1$

c. $\mathcal{T} : y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = 1(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = x - 1$

2) a. $g'(x) = 2e^x + (2x+1)e^x = (2x+3)e^x$

b. On a $g(-2) = (-4+1)e^{-2} = -3e^{-2}$ et $g'(-2) = (-4+3)e^{-2} = -e^{-2}$

donc $\mathcal{T} : y = g'(-2)(x+2) + g(-2) \Leftrightarrow y = -e^{-2}(x+2) - 3e^{-2} \Leftrightarrow y = -e^{-2}x - 5e^{-2}$

3) On dérive : $h'(x) = \frac{3(5-x) - (-1)(3x+1)}{(5-x)^2} = \frac{15-3x+3x+1}{(5-x)^2} = \frac{16}{(5-x)^2}$

On a $h(4) = \frac{12+1}{5-4} = \frac{13}{1} = 13$ et $h'(4) = \frac{16}{(1)^2} = 16$

Donc $\mathcal{T} : y = h'(4)(x-4) + h(4) \Leftrightarrow y = 16(x-4) + 13 \Leftrightarrow y = 16x - 51$

Corrigé Exercice 11

a. $f(0) = 3 ; f'(1) = 0 ; f'(-3) = 0$ et $f'(0) = 3$ et $\mathcal{T} : y = f'(0)(x-0) + f(0) \Leftrightarrow y = 3x + 3$
 $f(x) = 0 \Rightarrow S = \{-1, 7; 1, 8\}$

b. $f(x) = (3-x^2)e^x \rightarrow$ On a $f(0) = (3-0)e^0 = 3 \times 1 = 3$

On a $f'(x) = -2xe^x + (3-x^2)e^x = (-x^2 - 2x + 3)e^x$

Et : $f'(0) = 3e^0 = 3 ; f'(1) = (-1-2+3)e = 0e = 0$ et $f'(-3) = (-9+6+3)e^{-3} = 0 \times e^{-3} = 0$

L'équation de la tangente s'obtient de la même façon : $\mathcal{T} : y = f'(0)(x-0) + f(0) \Leftrightarrow y = 3x + 3$

Pour $f(x) = 0 \Leftrightarrow (3-x^2)e^x = 0$ Comme la fonction exponentielle ne s'annule jamais, on a :

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3-x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}$

Donc $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ c e qui donne les valeurs approchées $-1,7$ et $1,7$

Corrigé Exercice 12

1 – B 2 – B 3 – C 4 – B 5 – A

Corrigé Exercice 13

- 1) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$
2) & 3) $\Delta = 144$ donc $x_1 = 1$ et $x_2 = -3$

x	$-\infty$	-5	-3	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$f(x)$				25				25	
		-7	$\nearrow$		$\searrow$	-7	$\nearrow$		

